



**Escola Superior de Tecnologia i Ciències Experimentals**

**Máster en Ingeniería Industrial**

**Desarrollo de un modelo numérico para  
el estudio del comportamiento dinámico  
de bombas de refrigeración de vehículos  
utilitarios.**

**Trabajo Final de Máster**

**Autor/es**

Vicente López Fernández

**Director/es**

Víctor Roda Casanova

Joaquín Luis Sancho Bru

**Castellón de la Plana (España)**

**Junio 2019**



*A mi familia, a mi pareja y a mis amigos, que me brindaron un apoyo incondicional desde el primer momento.*

*A Víctor, que invirtió su tiempo, su interés, sus conocimientos y sus fines de semana en este trabajo, y que me abrió las puertas del mundo de la investigación.*

*A Ximo, que me formó desinteresadamente en el campo de las vibraciones.*

*En general, a todos los que se han implicado de forma desinteresada con el proyecto.*

*Gracias a todos, a todos vosotros, por haberlo hecho posible.*





# Índice general

<b>Capítulo 1. Memoria</b>	<b>13</b>
1.1. Introducción . . . . .	13
1.2. Objeto . . . . .	15
1.3. Alcance . . . . .	16
1.4. Antecedentes . . . . .	17
1.5. Normas y referencias . . . . .	20
1.5.1. Disposiciones legales y normas aplicadas . . . . .	20
1.5.2. Programas de cálculo . . . . .	20
1.5.3. Bibliografía . . . . .	20
1.6. Definiciones y abreviaturas . . . . .	22
1.7. Modelo FEM para el análisis estático y dinámico . . . . .	23
1.7.1. Introducción al método de elementos finitos . . . . .	23
1.7.2. Análisis FEM estático y modal . . . . .	24
1.7.3. Obtención de la matriz de rigidez y de masa . . . . .	28
1.8. Aplicación del método FEM en el análisis de bombas . . . . .	31
1.8.1. Modelizado del eje . . . . .	32
1.8.2. Modelizado de los rodamientos . . . . .	40
1.8.3. Modelizado del sello mecánico . . . . .	41
1.8.4. Modelizado del resto de elementos . . . . .	42
1.9. Aplicación de cálculo . . . . .	43
1.9.1. Statyzer . . . . .	43
1.9.2. Dynamyzer . . . . .	51
1.9.3. Frequencyzer . . . . .	54
1.10. Ejemplos numéricos . . . . .	56
1.10.1. Ejemplo 1: equipo experimental . . . . .	56
1.10.2. Ejemplo 2: bomba comercial . . . . .	62
1.11. Resumen del presupuesto . . . . .	72

1.12. Estudio de viabilidad . . . . .	73
1.12.1. Costes del ensayo experimental de bombas . . . . .	73
1.12.2. Costes de la simulación de bombas . . . . .	74
1.12.3. Comparativa de los costes . . . . .	74
1.12.4. Viabilidad económica . . . . .	75
1.12.5. Viabilidad técnica . . . . .	79
1.13. Conclusiones . . . . .	80
<b>Anexos a la memoria</b>	<b>83</b>
I. Validación del modelo del eje . . . . .	83
II. Parametrización del modelo de ejemplo . . . . .	97
III. Catálogo del eje con rodamiento integrado . . . . .	101
IV. Catálogo del sello mecánico . . . . .	115
V. Resultados del modelo de ejemplo . . . . .	123
<b>Capítulo 2. Planos</b>	<b>135</b>
2.1. Parte motriz de la bomba . . . . .	135
2.2. Eje con rodamiento integrado . . . . .	137
2.3. Sello mecánico . . . . .	139
2.4. Muelle del sello . . . . .	141
<b>Capítulo 3. Pliego de condiciones</b>	<b>145</b>
3.1. Introducción . . . . .	145
3.2. Disposiciones de carácter general . . . . .	146
3.2.1. Objeto . . . . .	146
3.2.2. Emplazamiento . . . . .	146
3.2.3. Personal . . . . .	146
3.2.4. Datos de partida . . . . .	146
3.2.5. Disposiciones técnico-legales . . . . .	147
3.2.6. Responsabilidad . . . . .	147
3.3. Documentación . . . . .	148
3.4. Especificaciones técnicas. . . . .	149
3.4.1. Elementos empleados en las simulaciones . . . . .	149
3.4.2. Ejecución . . . . .	149
3.5. Seguridad y salud . . . . .	150
3.5.1. Medidas de seguridad . . . . .	150
3.5.2. Condiciones de uso . . . . .	150

---

<b>Capítulo 4. Mediciones y presupuesto</b>	<b>153</b>
4.1. Introducción . . . . .	153
4.2. Cuadros de precios . . . . .	154
4.2.1. Cuadro de precios nº1: Mano de obra . . . . .	154
4.2.2. Cuadro de precios nº2: Materiales . . . . .	154
4.3. Presupuesto de ejecución material (PEM) . . . . .	155
4.4. Presupuesto de ejecución por contrata (PEC) . . . . .	156
4.5. Presupuesto total + IVA . . . . .	157



## Índice de tablas

1.1. Ecuaciones de Palmgren para estimar la rigidez de rodamientos . . . . .	40
1.2. Ecuación de Shigley para estimar la rigidez de un resorte de compresión. .	42
1.3. Geometría introducida para la simulación del equipo experimental. . . . .	57
1.4. Propiedades del material introducidas para la simulación del equipo experimental. . . . .	58
1.5. Masas introducidas para la simulación del equipo experimental. . . . .	58
1.6. Cojinetes introducidos para la simulación del equipo experimental. . . . .	59
1.7. Cargas introducidas para la simulación del equipo experimental. . . . .	60
1.8. Geometría introducida para la simulación de la bomba comercial. . . . .	63
1.9. Propiedades del material introducidas para la simulación de la bomba comercial. . . . .	63
1.10. Masas introducidas para la simulación de la bomba comercial. . . . .	63
1.11. Cojinetes introducidos para la simulación de la bomba comercial. . . . .	64
1.12. Cargas introducidas para la simulación de la bomba comercial. . . . .	65
1.13. Resumen del presupuesto total del proyecto . . . . .	72
1.14. Contextualización financiera del estudio de viabilidad económica. . . . .	75
1.15. Cálculo del flujo de caja total referenciado al primer año. . . . .	76
1.16. Resumen de los indicadores del estudio de viabilidad económica. . . . .	78
1.17. Resumen de variables empleadas en la validación. . . . .	84
1.18. Resultados de la validación dinámica. . . . .	95
1.19. Resumen de variables estimadas a partir del estudio de catálogos. . . . .	98
1.20. Resultados de la estimación de cargas. . . . .	99



## Índice de figuras

1.1. Componentes básicos de la parte motriz de un circuito de refrigerante. <sup>1</sup>	13
1.2. Comparación de las interfaces del Abaqus (izquierda) y del Solidworks (derecha). <sup>7</sup>	18
1.3. Solicitaciones axiales en un elemento viga. <sup>8</sup>	28
1.4. Solicitaciones torsionales en un elemento viga. <sup>8</sup>	28
1.5. Solicitaciones transversales en un elemento viga. <sup>8</sup>	29
1.6. Correspondencia de los grados de libertad de cada sollicitación con los grados de libertad locales. <sup>8</sup>	29
1.7. Esquema del principio de superposición.	30
1.8. Proceso de transformación del sistema real hasta obtener modelo FEM.	31
1.9. Esquema con los parámetros que caracterizan a un elemento viga	33
1.10. Representación de la definición de los cojinetes en el programa.	41
1.11. Diagrama de flujo de las tres herramientas informáticas.	43
1.12. Proceso iterativo de cálculo de Statyzer.	45
1.13. Interfaz de Statyzer.	46
1.14. Interfaz de Statyzer: panel “Geometría”.	46
1.15. Interfaz de Statyzer: panel “Material”.	47
1.16. Interfaz de Statyzer: tres estados del panel “Cargas”.	47
1.17. Interfaz de Statyzer: panel “Condiciones de contorno”.	48
1.18. Interfaz de Statyzer: parámetros del rodamiento de bolas.	48
1.19. Interfaz de Statyzer: parámetros del rodamiento de rodillos.	49
1.20. Interfaz de Statyzer: parámetros del sello mecánico.	49
1.21. Interfaz de Statyzer: panel “Exportar”.	50
1.22. Interfaz de Statyzer: panel gráfico.	50
1.23. Representación de los resultados del análisis estático.	51
1.24. Interfaz de Dynamyzer con un archivo importado.	52
1.25. Interfaz de Dynamyzer: panel “Cálculo”.	53
1.26. Interfaz de Dynamyzer: panel “Condiciones de contorno”.	53

1.27. Interfaz de Frequencyzer. . . . .	55
1.28. Montaje para la validación experimental del modelo numérico (imagen invertida horizontalmente). . . . .	56
1.29. Esquema del montaje para la validación experimental del modelo numérico. . . . .	57
1.30. Resultados del análisis estático del equipo experimental. . . . .	61
1.31. Resultados de la FRF obtenidos del ensayo en laboratorio (izquierda) y de la simulación en Frequencyzer (derecha). . . . .	62
1.32. Resultados del análisis estático de la bomba comercial. . . . .	65
1.33. Respuesta en X del sello ante una excitación en X de la polea. . . . .	66
1.34. Respuesta en Y del sello ante una excitación en Y de la polea. . . . .	67
1.35. Respuesta en OZ del sello ante una excitación en Y de la polea. . . . .	67
1.36. Respuesta en Z del sello ante una excitación en Z de la polea. . . . .	68
1.37. Respuesta en OY del sello ante una excitación en Z de la polea. . . . .	68
1.38. Respuesta en Z del sello ante una excitación en OY de la polea. . . . .	69
1.39. Respuesta en OY del sello ante una excitación en OY de la polea. . . . .	70
1.40. Respuesta en Y del sello ante una excitación en OZ de la polea. . . . .	70
1.41. Respuesta en OZ del sello ante una excitación en OZ de la polea. . . . .	71
1.42. Evolución de la inversión con respecto al número de ensayos. . . . .	75
1.43. Evolución de los últimos valores de IPC. <sup>14</sup> . . . . .	78
1.44. Evolución de los últimos valores de interés activo. <sup>15</sup> . . . . .	79
1.45. Diagrama estático para el caso de tracción pura. . . . .	84
1.46. Desplazamientos del nodo en el extremo libre para el caso de tracción pura. . . . .	85
1.47. Desplazamiento longitudinal para el caso de tracción pura. . . . .	85
1.48. Diagrama estático para el caso de torsión pura. . . . .	86
1.49. Desplazamientos del nodo en el extremo libre para el caso de torsión pura. . . . .	86
1.50. Giro transversal para el caso de torsión pura. . . . .	87
1.51. Diagrama estático para el caso de empotramiento con carga distribuida. . . . .	87
1.52. Desplazamientos del nodo en el extremo libre para el caso de empotramiento con carga distribuida. . . . .	88
1.53. Deformada en el plano XY para el caso de empotramiento con carga distribuida. . . . .	88
1.54. Deformada en el plano YZ para el caso de empotramiento con carga distribuida. . . . .	89
1.55. Derivada de la deformada para el caso de empotramiento con carga distribuida. . . . .	89



1.56. Diagrama estático para el caso de empotramiento con momento no transversal. . . . .	90
1.57. Desplazamientos del nodo en el extremo libre para el caso de empotramiento con momento no transversal. . . . .	90
1.58. Deformada en el plano XY para el caso de empotramiento con momento no transversal. . . . .	91
1.59. Deformada en el plano YZ para el caso de empotramiento con momento no transversal. . . . .	91
1.60. Derivada de la deformada para el caso de empotramiento con momento no transversal. . . . .	92
1.61. Diagrama estático para el caso de biapoyo con carga distribuida. . . . .	92
1.62. Desplazamientos del nodo en el extremo libre para el caso de biapoyo con carga distribuida. . . . .	93
1.63. Deformada en el plano XY para el caso de biapoyo con carga distribuida. . . . .	93
1.64. Deformada en el plano YZ para el caso de biapoyo con carga distribuida. . . . .	94
1.65. Derivada de la deformada para el caso de biapoyo con carga distribuida. . . . .	94
1.66. Diagrama estático para la validación dinámica. . . . .	95
1.67. Diagrama estático simplificado del modelo. . . . .	97
1.68. Diagrama de fuerzas en la polea del eje. . . . .	98
1.69. Deformada y frecuencia natural del primer modo de vibración. . . . .	123
1.70. Deformada y frecuencia natural del segundo modo de vibración. . . . .	124
1.71. Deformada y frecuencia natural del tercer modo de vibración. . . . .	124
1.72. Deformada y frecuencia natural del cuarto modo de vibración. . . . .	125
1.73. Deformada y frecuencia natural del quinto modo de vibración. . . . .	125
1.74. Disposición de las FRF en las hojas de resultados. . . . .	126
1.75. Respuestas del sello para una excitación en X de la polea. . . . .	127
1.76. Respuestas del sello para una excitación en Y de la polea. . . . .	128
1.77. Respuestas del sello para una excitación en Z de la polea. . . . .	129
1.78. Respuestas del sello para una excitación en OX de la polea. . . . .	130
1.79. Respuestas del sello para una excitación en OY de la polea. . . . .	131
1.80. Respuestas del sello para una excitación en OZ de la polea. . . . .	132



# **CAPÍTULO 1**

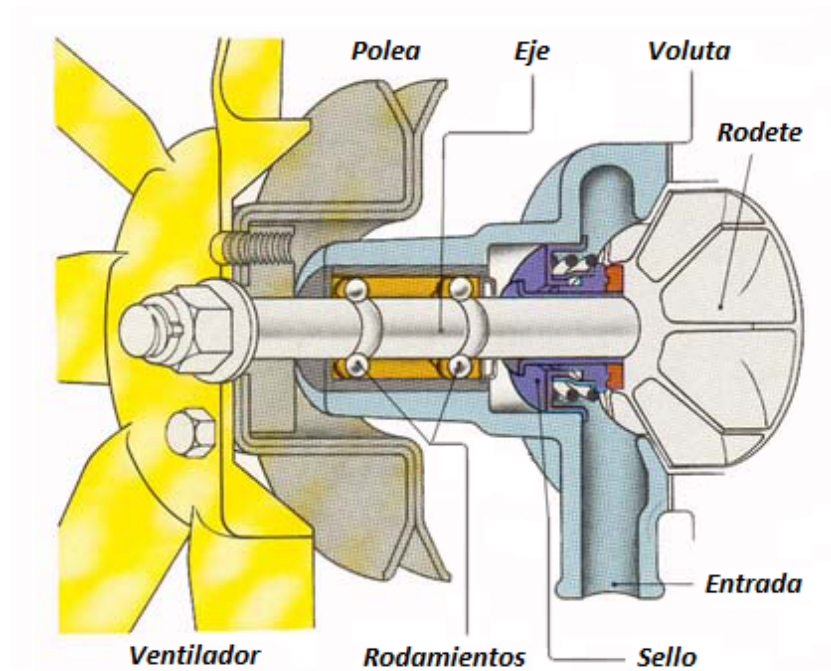
## **Memoria**



## 1.1. Introducción

El sector de la automoción ha experimentado un importante crecimiento en los últimos años, tanto en el aspecto de las tecnologías de fabricación como en el diseño de nuevos modelos. Los requisitos de diseño de los nuevos vehículos son cada día más exigentes, e incluyen nuevos desafíos (aumento de potencia, reducción de peso, criterios ecológicos, etc.) que requieren un diseño optimizado de cada uno de los elementos del vehículo.

Uno de estos elementos son las bombas utilizadas para la refrigeración del motor. Aunque existe una gran variedad de bombas, las más extendidas en este tipo de aplicaciones son las centrífugas, que consisten en un rodete que propicia la circulación de un fluido a través de los conductos de refrigeración del motor. Dicho rodete está conectado a un eje apoyado en rodamientos, al cual el motor del vehículo le comunica un movimiento de rotación a través de un sistema de transmisión flexible, bien mediante correa trapezoidal o dentada. La disposición típica de este tipo de sistemas se muestra en la figura 1.1:



**Figura 1.1:** Componentes básicos de la parte motriz de un circuito de refrigerante.<sup>1</sup>

Como la configuración de los componentes puede variar en función del fabricante de la bomba, se ha optado por definir un sistema de estudio para ser empleado como modelo a lo largo de todo el proyecto, que está conformado por los siguientes elementos:

- **Eje:** Elemento mecánico que traslada el movimiento de rotación desde la polea hasta el rodete y que está sustentado por una pareja de rodamientos.
- **Polea:** Parte del sistema de transmisión flexible que se conecta con otra polea situada en el cigüeñal del motor a través de una correa dentada y que aprovecha parte de su potencia para hacer funcionar su sistema de refrigeración.
- **Rodete:** Elemento en forma de disco que dispone de álabes para que, al hacerlo girar, impulse el agua a través del circuito de refrigeración.
- **Rodamientos:** Componentes encargados de sostener el eje que le permiten girar minimizando la fricción. En las bombas de refrigeración, suele haber un único anillo exterior con dos pistas interiores en lugar de haber dos rodamientos independientes cada uno con su anillo exterior y su pista.
- **Sello:** Dispositivo que evita la fuga de refrigerante a través del agujero de la carcasa de la bomba por el que pasa el eje.

La elevada exigencia a la que se ven sometidos estos elementos del vehículo hace que cada vez su diseño sea un proceso más exhaustivo. Además del estudio del comportamiento de estas bombas frente a esfuerzos estáticos, cada vez resulta más importante realizar un estudio de su comportamiento dinámico. Debido a su complejidad y su elevado coste, en raras ocasiones es posible realizar los ensayos experimentales necesarios para analizar el comportamiento dinámico de estas bombas, de manera que se recurre a simulaciones mediante herramientas informáticas de cálculo numérico que permiten realizar estos estudios de forma teórica, reduciendo los costes y simplificando el proceso de investigación.

## 1.2. Objeto

El objeto de este proyecto es la elaboración de un modelo numérico simplificado que permita realizar computacionalmente el análisis dinámico de las bombas de refrigeración de vehículos utilitarios, así como la propuesta de posibles mejoras a partir de los resultados obtenidos.

Además, se busca implementar el modelo en un software con una interfaz gráfica que permita efectuar simulaciones a usuarios que no estén familiarizados con este tipo de análisis, y que sea lo suficientemente completa como para no penalizar la funcionalidad de la herramienta ni la rigurosidad de los resultados.

## 1.3. Alcance

El modelo numérico considerará los procedimientos necesarios para la determinación de las características de los elementos del sistema que influyen en su comportamiento dinámico, para lo cual se programarán dos herramientas informáticas de cálculo y una de postprocesado de resultados:

- **Analizador estático:** Esta herramienta de cálculo permite obtener la deformada del sistema bajo un caso de carga concreto en las tres dimensiones espaciales, además de otros parámetros que resultan de utilidad para el análisis del comportamiento dinámico como son los valores de rigidez axial y radial de los rodamientos simulados.
- **Analizador modal:** Una vez calculados los parámetros necesarios, se podrá realizar un análisis de los modos de vibración con esta herramienta de cálculo. En caso de disponer de todos los parámetros desde el principio, podrán introducirse directamente en este segundo programa sin necesidad de realizar el análisis estático previamente.
- **Postprocesador:** Finalmente, para visualizar los resultados obtenidos del análisis modal, se empleará esta herramienta de postprocesado que permitirá visualizar los modos de vibración, además de calcular la función de respuesta en frecuencia del sistema.

El modelo desarrollado permitirá estudiar el comportamiento dinámico de las bombas frente a condiciones de trabajo realistas, así como estudiar distintas configuraciones del sistema.

Dicho modelo se utilizará para estudiar el comportamiento dinámico de distintas bombas comerciales, y permitirá extraer conclusiones y recomendaciones para el diseño optimizado de nuevas bombas, así como facilitar el estudio de los motivos por los cuales se producen fallos de funcionamiento en las bombas ya existentes.



## 1.4. Antecedentes

La simulación computacional se utiliza ampliamente en las empresas para hacer análisis y mejorar la calidad de los productos y proyectos en casi cualquier fase de su desarrollo. En el ámbito de las máquinas rotativas, este tipo de análisis se lleva a cabo mediante el uso de programas que utilizan el denominado método de los elementos finitos o FEM.

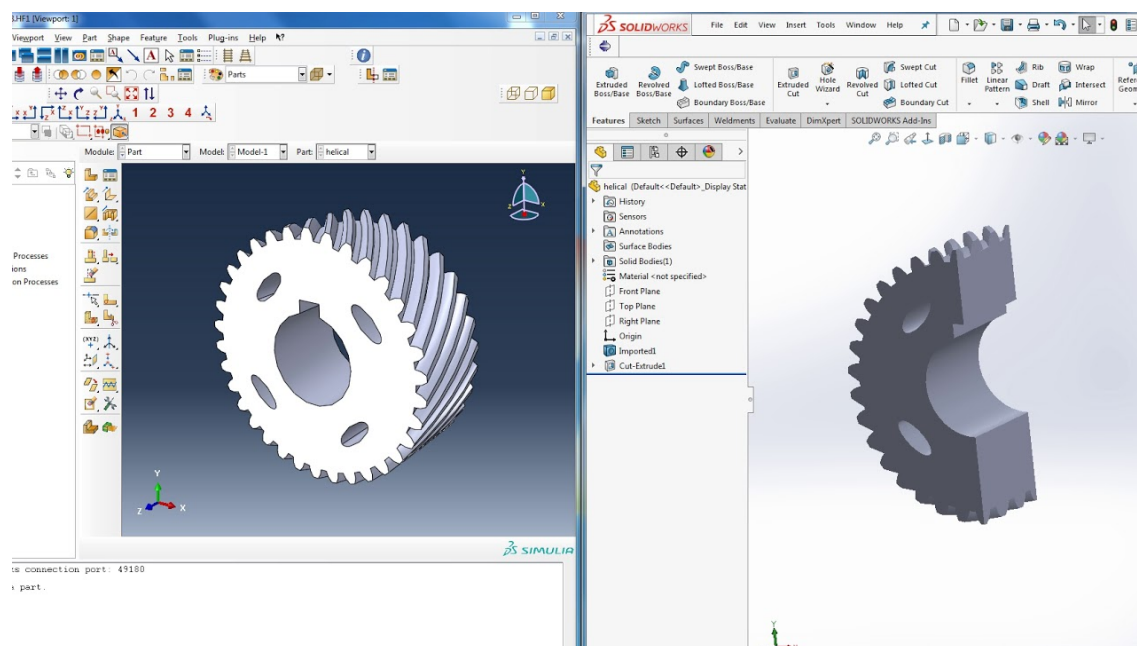
El análisis por el método de los elementos finitos es un método de cálculo numérico que permite resolver una gran parte de problemas relacionados con cualquier medio continuo como, por ejemplo, la deformación de un objeto ante la aplicación de fuerzas o su capacidad para conducir calor a través de él.<sup>2</sup>

En la actualidad, existe una amplia variedad de herramientas informáticas dedicadas exclusivamente a calcular este tipo de modelos. Dentro de ese gran grupo de programas, hay algunos que tienen un mayor desempeño a la hora de realizar el estudio mecánico de un eje, bien por su potencia de cálculo o bien por su versatilidad a la hora de manejar los datos en el programa. Este es el caso de herramientas informáticas como Abaqus,<sup>3</sup> Solidworks,<sup>4</sup> Ansys<sup>5</sup> y Rotordynamics<sup>6</sup> que, por la diversidad de sus características, son una muestra suficientemente representativa que permite hacerse una idea de los tipos de software que pueden encontrarse en el mercado.

Los programas como Solidworks se caracterizan porque disponen de una interfaz sencilla e intuitiva, agilizando el proceso de diseño del modelo y permitiendo a personas no expertas ni el cálculo de elementos finitos ni en mecánica obtener unos resultados precisos. En contraposición, la simplicidad a la hora de generar el modelo hace que no se puedan simular elementos con características demasiado particulares o con un mallado muy concreto, quedando limitada su aplicación a casos sencillos.

Por lo que respecta a Ansys o Abaqus, son programas con características antagónicas a las que presenta Solidworks. La elevada potencia de cálculo de estos programas permite efectuar simulaciones de sistemas muy complejos y con un gran número de nodos en relativamente poco tiempo, mejorando notablemente su desempeño en:

- Problemas no lineales con una gran cantidad de elementos y de interacciones de contacto.
- Escenarios multi-física que involucren conjuntamente mecánica estructural, termodinámica, electrotecnia, mecánica de fluidos, etc.
- Eventos de alta velocidad como impactos, choques o caídas, sobre todo para materiales en su rango de trabajo no lineal.



**Figura 1.2:** Comparación de las interfaces del Abaqus (izquierda) y del Solidworks (derecha).<sup>7</sup>

Adicionalmente, disponen de una interfaz detallada que permite modelar prácticamente cualquier propiedad que quiera especificar el usuario, tanto del elemento en sí como de su mallado.

Al contrario que en el Solidworks, resulta imprescindible para el usuario de la herramienta el tener los conocimientos necesarios en el ámbito de los elementos finitos y de la rama de la física en cuestión para poder obtener los resultados deseados, siendo necesario un tiempo de formación que no siempre resulta económicamente viable. En la figura 1.2 se muestra una comparativa entre Solidworks y Abaqus a modo de ejemplo.

En un punto medio a los programas ya descritos se encuentra la herramienta Rotordynamics que, a diferencia de ellos, la descarga de su versión completa es gratuita. Este software dispone de una interfaz con un nivel de detalle intermedio para introducir los parámetros correspondientes en el programa, haciendo que el tiempo invertido en el modelado de la mayoría de los elementos sea menor que empleando Ansys o Abaqus.

Al haber sido diseñado para el estudio del comportamiento estático y dinámico de sistemas mecánicos con ejes, dispone de una extensa biblioteca de elementos que pueden ir acoplados en él. No obstante, dicha biblioteca abarca desde los cojinetes que lo sustentan hasta los álabes de la turbina de un generador, haciendo que la interfaz solicite cierta información adicional que dificulte la introducción de parámetros al usuario si no está

familiarizado con este tipo de sistemas. Además, el hecho de que el programa sea de código cerrado hace que no se pueda acceder a determinadas variables internas que se pierden en el proceso de cálculo y que, a la hora de proponer mejoras en el sistema analizado, pueden llegar a resultar de utilidad.

De esta manera, resulta necesario elaborar un programa que ofrezca las mismas posibilidades que sus homólogos en el mercado sin penalizar en exceso la facilidad de uso de su interfaz pero sin llegar a carecer de las prestaciones básicas. Esta herramienta informática está programada expresamente para la resolución de sistemas similares a la parte motriz de las bombas centrífugas y dispondría de una interfaz adaptada expresamente a los requisitos de diseño del sector, facilitando esta parte del proceso de fabricación y permitiendo solucionar problemas de modelos existentes proponiendo alternativas a partir de variables concretas extraídas del proceso de cálculo del programa.

## 1.5. Normas y referencias

En este apartado se recoge la normativa de aplicación para la elaboración de este documento, así como todas las referencias a obras de cualquier índole (artículos, libros, programas...) que han sido empleadas total o parcialmente en el proyecto y cuyos derechos de autor pertenecen a terceros.

### 1.5.1. Disposiciones legales y normas aplicadas

- **UNE 157001:2014** Criterios generales para la elaboración formal de los documentos que constituyen un proyecto técnico.
- **UNE 1039:1994** Dibujos técnicos. Acotación. Principios generales, definiciones, métodos de ejecución e indicaciones especiales.

### 1.5.2. Programas de cálculo

- **MATLAB®**, versión R2019a, *The MathWorks, Inc.* (2019).
- **PTC Mathcad Express™**, versión 2.0.1, *PTC Inc.* (2019).

### 1.5.3. Bibliografía

- [1] Dani meganeboy (usuario), *Refrigeración del motor*, 2014. [Online]. Disponible: <http://www.aficionadosalamecanica.com/refrigeracion-motor.htm>
- [2] R. D. Cook, *Finite Element Modeling Stress*, 1st ed. Wiley, 1994.
- [3] Dassault Systèmes SE, *Abaqus unified fea*, 2019. [Online]. Disponible: <https://www.3ds.com/es/productos-y-servicios/simulia/productos/abaqus/>
- [4] Dassault Systèmes SE, *Solidworks*, 2019. [Online]. Disponible: <https://www.3ds.com/es/productos-y-servicios/solidworks/>
- [5] ANSYS, Inc., *Ansys*, 2019. [Online]. Disponible: <https://www.ansys.com/products/structures>
- [6] MSC Software Corporation, *Rotordynamics*, 2019. [Online]. Disponible: <https://www.mscsoftware.com/application/rotor-dynamics>

- 
- [7] Nikolaos Mavrodontis, *Abaqus associative interface for solidworks*, 2018. [Online]. Disponible: <https://info.simuleon.com/blog/topic/associative-interface>
- [8] J. Przemieniecki, *Theory of Matrix Structural Analysis*, 1st ed. Dover Publications Inc., 2012.
- [9] A. K. Chopra, *Dynamics of Structures*, 4th ed. Prentice Hall, 1964.
- [10] M. Petyt, *Finite element vibration analysis*, 2nd ed. Cambridge University Press, 2010.
- [11] E. Gargiulo Jr, *A simple way to estimate bearing stiffness*, 1980. [Online]. Disponible: <https://www.researchgate.net/publication/279554223Asimplewaytoestimatebearingstiffness>
- [12] R. G. Budynas y J. K. Nisbett, *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley*, 10th ed. McGraw-Hill, 2012.
- [13] J.K. Sharma, *Theoretical and Experimental Modal Analysis of Beam*, 2019. [Online]. Disponible: [https://www.researchgate.net/publication/328640571\\_Theoretical\\_and\\_Experimental\\_Modal\\_Analysis\\_of\\_Beam/link/5c3f0ea7458515a4c7299a0d/download](https://www.researchgate.net/publication/328640571_Theoretical_and_Experimental_Modal_Analysis_of_Beam/link/5c3f0ea7458515a4c7299a0d/download)
- [14] Instituto Nacional de Estadística, *Índice adelantado de Precios de Consumo (IPC)*, 2019. [Online]. Disponible: <https://www.ine.es/daco/daco42/daco421/ipcia0519.pdf>
- [15] Banco de España, *Tabla de tipos de interés activos y pasivos, aplicados por las entidades de crédito*, 2019. [Online]. Disponible: [https://clientebancario.bde.es/pcb/es/menu-horizontal/productosservici/relacionados/tiposinteres/guia-textual/tiposinteresprac/Tabla\\_de\\_tipos\\_\\_a0b053c69a40f51.html?anyo=3d05c8965a4f1610VgnVCM10000064de14acRCRD#comboAnios](https://clientebancario.bde.es/pcb/es/menu-horizontal/productosservici/relacionados/tiposinteres/guia-textual/tiposinteresprac/Tabla_de_tipos__a0b053c69a40f51.html?anyo=3d05c8965a4f1610VgnVCM10000064de14acRCRD#comboAnios)
- [16] J. M. Gere y S. P. Timoshenko, *Mechanics of materials*, 5th ed. Nelson Thornes Ltd, 2002.
- [17] D. J. Inman, *Engineering vibration*, 1st ed. Prentice Hall, 1995.

## 1.6. Definiciones y abreviaturas

<b>FEM</b>	<i>Acrón.</i> Finite Element Method (Método de los Elementos Finitos)
<b>DoF</b>	<i>Acrón.</i> Degree of Freedom (Grado de Libertad)
<b>OX</b>	Dirección perpendicular al plano que forman los vectores en dirección Y y Z
<b>OY</b>	Dirección perpendicular al plano que forman los vectores en dirección X y Z
<b>OZ</b>	Dirección perpendicular al plano que forman los vectores en dirección X e Y
<b>FRF</b>	<i>Acrón.</i> Función de Respuesta en Frecuencia

## 1.7. Modelo FEM para el análisis estático y dinámico

En este apartado se realizará una pequeña introducción al análisis por el método de los elementos finitos y se relacionará con el ámbito de estudio que se trabaja en el consiguiente proyecto.

### 1.7.1. Introducción al método de elementos finitos

El método de elementos finitos o FEM (en inglés *Finite Element Method*) es un método aproximado de cálculo de medios continuos que consiste en la división del medio objeto de estudio en un número finito de partes denominadas elementos. El comportamiento de los elementos se especifica mediante una serie de parámetros asociados a los puntos de unión con los elementos adyacentes, que reciben el nombre de nodos. Al número mínimo de parámetros que se necesitan para definir por completo el comportamiento de un sistema se le denomina grado de libertad (GdL) que, en el caso particular de este proyecto, se contaría con 6 grados de libertad por nodo.

De esta manera, el sistema resultante del ensamblaje de los distintos elementos se rige por las reglas de los problemas discretos, haciendo que las incógnitas dejen de ser funciones continuas para pasar a ser el valor de tales funciones en cada nodo concreto. El comportamiento del elemento queda determinado, por tanto, a partir de la interpolación del comportamiento de sus respectivos nodos mediante las conocidas como funciones de forma.

Así, de un medio continuo cuyo estudio depende exclusivamente de ecuaciones diferenciales, se obtiene un modelo formado por elementos discretos simples que permiten el empleo de formulación más sencilla para su análisis y que, por norma general, generará unos resultados más precisos cuanto más pequeñas sean las divisiones de su dominio.

Al entramado de elementos que conforman el medio continuo se le conoce como mallado, y puede estar compuesto por elementos de diversos tipos:

- **Elementos 1D:** Elementos unidimensionales que pueden ser a su vez de tipo viga, barra o resorte.
- **Elementos 2D:** Elementos bidimensionales entre los que se distinguen de tipo membrana o placa.

- **Elementos 3D:** Elementos tridimensionales de múltiples geometrías (tetraédrica, hexaédrica...).
- **Otros:** Formados, por ejemplo, por la combinación de varios tipos de elementos.

Para el caso de estudio en el que se centra este proyecto, se va a optar por elementos lineales de tipo viga, ya que en el caso de los ejes es una simplificación que agiliza el proceso de cálculo y que no penaliza en exceso la precisión de los resultados gracias a su sencillez geométrica.

### 1.7.2. Análisis FEM estático y modal

Aunque existen diversos métodos para realizar el análisis de un problema estático o dinámico en un medio continuo, la gran mayoría atiende a la misma secuenciación de pasos.

Tanto en el análisis estático como en el modal, debe comenzarse con la discretización del problema a resolver. Por tanto, en primer lugar, resulta imprescindible caracterizar correctamente el modelo del medio continuo para poder, en segundo lugar, dividirlo en elementos finitos determinando previamente el tamaño aproximado que van a tener.

Generalmente, las ecuaciones que gobiernan el comportamiento de un medio continuo se expresan como un sistema de ecuaciones diferenciales que pueden ser convertidas en un conjunto de ecuaciones algebraicas empleando el método de los elementos finitos. En el caso del estudio estático, se parte de la expresión

$$\{P\} = [K]\{u\} \quad (1.1)$$

donde  $P$  es el vector de cargas externas,  $u$  es el vector desplazamientos nodales y  $K$  es la matriz de rigidez, que establece relaciones entre las fuerzas aplicadas en un GdL y los desplazamientos que se producen en el resto de GdL como consecuencia de esa fuerza.

La matriz de rigidez depende de las características del material y de la geometría de la pieza estudiada, por lo que siempre se obtiene directamente a partir de los datos en este tipo de problemas; de igual forma pasa con el vector de cargas que, en su caso, depende de todas las fuerzas externas aplicadas. Por tanto, la única incógnita de este tipo de problemas es el vector desplazamientos, que incluye tanto la traslación (desplazamientos en X, Y y Z) como la rotación (giros en X, Y y Z) de cada uno de los nodos, y cuya obtención permite analizar el comportamiento estático del modelo ante la aplicación de un conjunto de cargas determinado.



Así pues, una vez generado el modelo discretizado, debe ensamblarse la matriz de rigidez a partir de ciertas propiedades como son, entre otras, el módulo elástico de su material o el momento de inercia, y el vector de cargas a partir de la correspondiente disposición de cargas en el modelo

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} & k_{17} & \cdots & k_{1j} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} & k_{27} & \cdots & k_{2j} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} & k_{37} & \cdots & k_{3j} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} & k_{47} & \cdots & k_{4j} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} & k_{57} & \cdots & k_{5j} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} & k_{67} & \cdots & k_{6j} \\ k_{71} & k_{72} & k_{73} & k_{74} & k_{75} & k_{76} & k_{77} & \cdots & k_{7j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{i1} & k_{i2} & k_{i3} & k_{i4} & k_{i5} & k_{i6} & k_{i7} & \cdots & k_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{1x} \\ \delta_{1y} \\ \delta_{1z} \\ \theta_{1x} \\ \theta_{1y} \\ \theta_{1z} \\ \delta_{2x} \\ \vdots \\ \theta_{nz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ F_{1z} \\ M_{1x} \\ M_{1y} \\ M_{1z} \\ F_{2x} \\ \vdots \\ M_{nz} \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

Los términos  $k_{ij}$  en la expresión (1.2) representan la relación existente entre el desplazamiento en el grado de libertad  $i$  al aplicar una carga en el grado de libertad  $j$ . Por su parte, los términos  $\delta_{k,x}$  y  $\theta_{k,x}$  representan el desplazamiento en la dirección del eje X y el giro alrededor de dicho eje, respectivamente, del nodo  $k$ . De manera similar, los términos  $F_{k,x}$  y  $M_{k,x}$  representan la fuerza y el momento externos aplicados en el nodo  $k$ , respectivamente.

Continuando con la resolución, como el problema estático está afectado por condiciones de contorno que suprimen determinados grados de libertad, hay que tener en cuenta que los desplazamientos o giros serán igual a 0 en los grados de libertad restringidos, eliminando las incógnitas correspondientes. A modo de ejemplo, suponiendo que en el primer nodo del modelo hubiera un apoyo fijo contenido en el plano XY, la simplificación de la expresión (1.2) resultaría

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} & k_{17} & \cdots & k_{1j} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} & k_{27} & \cdots & k_{2j} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} & k_{37} & \cdots & k_{3j} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} & k_{47} & \cdots & k_{4j} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} & k_{57} & \cdots & k_{5j} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} & k_{67} & \cdots & k_{6j} \\ k_{71} & k_{72} & k_{73} & k_{74} & k_{75} & k_{76} & k_{77} & \cdots & k_{7j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{i1} & k_{i2} & k_{i3} & k_{i4} & k_{i5} & k_{i6} & k_{i7} & \cdots & k_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{1x} \\ \delta_{1y} \\ \delta_{1z} \\ \theta_{1x} \\ \theta_{1y} \\ \theta_{1z} \\ \delta_{2x} \\ \vdots \\ \theta_{nz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ F_{1z} \\ M_{1x} \\ M_{1y} \\ M_{1z} \\ F_{2x} \\ \vdots \\ M_{nz} \end{bmatrix}$$

Una vez eliminadas las filas y las columnas asociadas a cada grado de libertad restringido, es sencillo despejar el vector desplazamiento multiplicando ambos lados de la ecuación (1.1) por la inversa de la matriz de rigidez

$$[K]^{-1}\{P\} = [K]^{-1}[K]\{u\} \rightarrow \{u\} = [K]^{-1}\{P\} \quad (1.3)$$

En el caso del análisis del comportamiento dinámico, se parte del desarrollo de la segunda ley de Newton en su forma matricial

$$[K]\{u\} + [C]\{\dot{u}\} + [M]\{\ddot{u}\} = \{P\} \quad (1.4)$$

donde  $C$  es la matriz de amortiguamiento,  $\dot{u}$  es la derivada temporal del vector desplazamiento nodal  $u$  y  $\ddot{u}$  es su segunda derivada temporal.

Para el caso de vibración libre en el que no se considera ni amortiguamiento ( $C = 0$ ) ni fuerzas externas aplicadas ( $P = 0$ )

$$[K]\{u\} + [M]\{\ddot{u}\} = 0 \quad (1.5)$$

Suponiendo que, tras aplicar una perturbación inicial, el movimiento del sistema es armónico, las funciones que describen su desplazamiento corresponderían con

$$\begin{aligned} u_i &= a \sin(\omega t + \theta) \\ \ddot{u}_i &= -a\omega^2 \sin(\omega t + \theta) \end{aligned} \quad (1.6)$$

donde  $a$  es la amplitud del elemento  $i$  de los vectores  $u$  y  $\ddot{u}$ ,  $\omega$  es la frecuencia de dicho elemento y  $\theta$  su fase.

Es evidente que el término  $\sin(\omega t + \theta)$  es imposible anularlo para cualquier valor de  $t$  al ser una función senoidal. Además, se descarta también la opción de que  $a = 0$ , pues implicaría una amplitud nula y por tanto que el sistema no se mueve. La única variable que queda es  $\omega$ , que para garantizar la existencia de una solución no trivial debe satisfacer

$$\det [[K] - \omega^2[M]] = 0 \quad (1.7)$$

Cada solución obtenida de  $\omega^2$  lleva a cada una de las soluciones no triviales del problema de valores propios, de forma que

$$([K] - \omega^2[M])\{\phi_r\} = 0 \quad (1.8)$$

donde  $\phi_r$  contiene la amplitud de los desplazamientos nodales para el modo de vibración  $r$ -ésimo.

De manera similar al problema estático, tanto la matriz de rigidez como la matriz de masas son datos que se obtienen a partir de la geometría y de las propiedades del material del modelo. No obstante, tal y como se aprecia en la expresión (1.8), el problema dinámico no depende de las cargas aplicadas, y su resolución se basa en la obtención de los valores propios correspondientes.

En este caso, antes de resolver el problema de valor propios, debe procederse de la misma manera que en el cálculo estático anterior, suprimiendo las filas y columnas asociadas a cada grado de libertad restringido en las matrices de rigidez y de masas. El resultado del problema dinámico son las matrices V (modal) y D (espectral), en las cuales aparecen los desplazamientos nodales y las frecuencias naturales de vibración asociadas a cada modo, respectivamente

$$\begin{array}{c} \text{Frecuencia} \\ \text{modal} \end{array} \quad \begin{array}{cccccccc} \omega_1 & \omega_2 & \omega_3 & \omega_4 & \omega_5 & \omega_6 & \omega_7 & \dots & \omega_n \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \dots & \downarrow \end{array}$$

$$V = \begin{bmatrix} \delta_{1x} & \delta_{1x} & \delta_{1x} & \delta_{1x} & \delta_{1x} & \delta_{1x} & \delta_{1x} & \dots & \delta_{1x} \\ \delta_{1y} & \delta_{1y} & \delta_{1y} & \delta_{1y} & \delta_{1y} & \delta_{1y} & \delta_{1y} & \dots & \delta_{1y} \\ \delta_{1z} & \delta_{1z} & \delta_{1z} & \delta_{1z} & \delta_{1z} & \delta_{1z} & \delta_{1z} & \dots & \delta_{1z} \\ \theta_{1x} & \theta_{1x} & \theta_{1x} & \theta_{1x} & \theta_{1x} & \theta_{1x} & \theta_{1x} & \dots & \theta_{1x} \\ \theta_{1y} & \theta_{1y} & \theta_{1y} & \theta_{1y} & \theta_{1y} & \theta_{1y} & \theta_{1y} & \dots & \theta_{1y} \\ \theta_{1z} & \theta_{1z} & \theta_{1z} & \theta_{1z} & \theta_{1z} & \theta_{1z} & \theta_{1z} & \dots & \theta_{1z} \\ \delta_{2x} & \delta_{2x} & \delta_{2x} & \delta_{2x} & \delta_{2x} & \delta_{2x} & \delta_{2x} & \dots & \delta_{2x} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_{nz} & \theta_{nz} & \theta_{nz} & \theta_{nz} & \theta_{nz} & \theta_{nz} & \theta_{nz} & \dots & \theta_{nz} \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

$$D = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \omega_3^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_4^2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_5^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_6^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_7^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

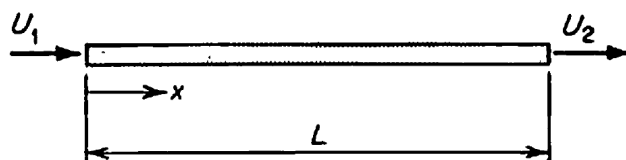
Al tratarse de la solución de un sistema homogéneo de ecuaciones, los modos de vibración obtenidos no tienen un valor absoluto, de manera que suelen ser escalados de diversas maneras. Existen distintas maneras de escalar (o normalizar) estos modos de vibración, siendo las más habituales la normalización de desplazamientos y la normalización de masas. En este trabajo se utilizará la normalización de masa, que consiste en dividir cada columna de la matriz  $V$  entre la raíz cuadrada de la masa modal

$$\psi_r = \frac{\phi_r}{\sqrt{m_r}} \quad \text{siendo} \quad m_r = \phi_r^T M \phi_r \quad (1.11)$$

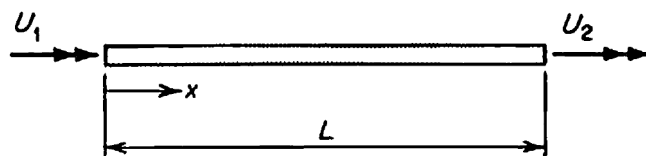
donde  $m_r$  es la masa modal y  $\psi_r$  es la columna  $r$  ya normalizada. Por lo que respecta a la matriz  $D$ , hay que tener en cuenta que la velocidad angular de los modos de vibración viene expresada en  $(\frac{rad}{s})^2$ .

### 1.7.3. Obtención de la matriz de rigidez y de masa

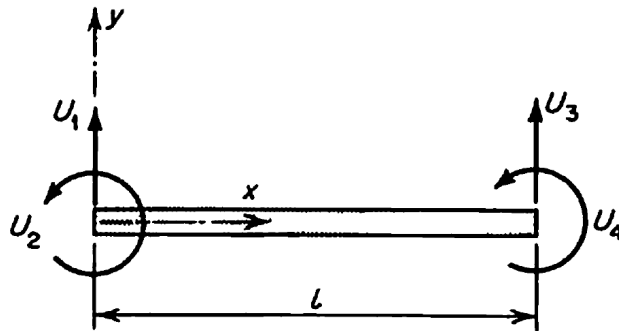
Para poder realizar ambos tipos de análisis, es necesario ensamblar la matriz de rigidez del modelo a partir de los datos de sección del elemento  $A$ , módulo elástico del material  $E$ , longitud del elemento  $L$ , segundo momento de área  $I$ , módulo elástico transversal  $G$  y momento polar de inercia  $J$ . Para ello, hay que atender a los tres tipos de sollicitaciones que caracterizan la deformación de un elemento tipo viga en el espacio que son las axiales (figura 1.3), las torsionales (figura 1.4) y las transversales (figura 1.5).



**Figura 1.3:** Sollicitaciones axiales en un elemento viga.<sup>8</sup>

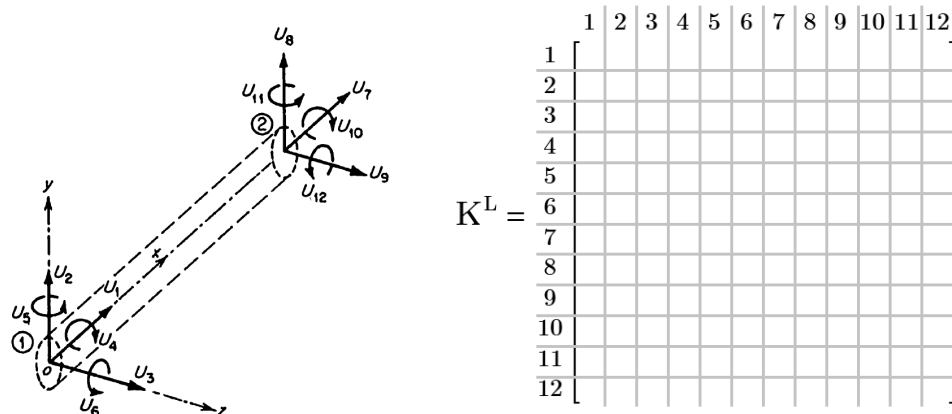


**Figura 1.4:** Sollicitaciones torsionales en un elemento viga.<sup>8</sup>



**Figura 1.5:** Solicitaciones transversales en un elemento viga.<sup>8</sup>

A la hora de ensamblar los tres tipos de solicitaciones de un elemento en una misma matriz de rigidez (matriz local), hay que tener en cuenta la correspondencia entre los respectivos grados de libertad mostrada en la figura 1.6:



$$K'_a = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ \hline & \end{bmatrix} \xrightarrow{\substack{1 \rightarrow 1 \\ 2 \rightarrow 7}} K_a^L = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ \hline & \end{bmatrix}$$

$$K'_t = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ \hline & \end{bmatrix} \xrightarrow{\substack{1 \rightarrow 4 \\ 2 \rightarrow 10}} K_t^L = \frac{4}{10} \begin{bmatrix} 4 & 10 \\ \hline & \end{bmatrix}$$

**Figura 1.6:** Correspondencia de los grados de libertad de cada sollicitación con los grados de libertad locales.<sup>8</sup>

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{c} \begin{array}{c} 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \\ 1 \left[ \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \\ \hline \end{array} \right] \\ \text{(plano XY)} \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \end{array} & \xrightarrow{\begin{array}{l} 1 \rightarrow 2 \\ 2 \rightarrow 6 \\ 3 \rightarrow 8 \\ 4 \rightarrow 12 \end{array}} & \begin{array}{c} \begin{array}{c} 2 \quad 6 \quad 8 \quad 12 \\ 2 \left[ \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \\ \hline \end{array} \right] \\ \text{(plano XY)} \\ 6 \\ 8 \\ 12 \end{array} \end{array} \\
 \\
 \begin{array}{c} \begin{array}{c} 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \\ 1 \left[ \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \\ \hline \end{array} \right] \\ \text{(plano XZ)} \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \end{array} & \xrightarrow{\begin{array}{l} 1 \rightarrow -3 \\ 2 \rightarrow 5 \\ 3 \rightarrow -9 \\ 4 \rightarrow 11 \end{array}} & \begin{array}{c} \begin{array}{c} -3 \quad 6 \quad -9 \quad 11 \\ -3 \left[ \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \\ \hline \end{array} \right] \\ \text{(plano XZ)} \\ 6 \\ -9 \\ 11 \end{array} \end{array}
 \end{array}$$

**Figura 1.6:** Correspondencia de los grados de libertad de cada sollicitación con los grados de libertad locales<sup>8</sup> (*continuación*).

Finalmente, una vez obtenida la matriz de rigidez local de cada uno de los elementos, basta con aplicar el principio de superposición para obtener la matriz global de rigidez

$$K_G = \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Elem. 1} \quad \text{Elem. 2} \quad \text{Elem. 3} \quad \dots \quad \text{Elem. n} \end{array} \\ \left[ \begin{array}{cccccc} k_L^1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & k_L^1 + k_L^2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_L^2 + k_L^3 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_L^3 + k_L^4 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_L^{n-1} + k_L^n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_L^n \end{array} \right]
 \end{array}$$

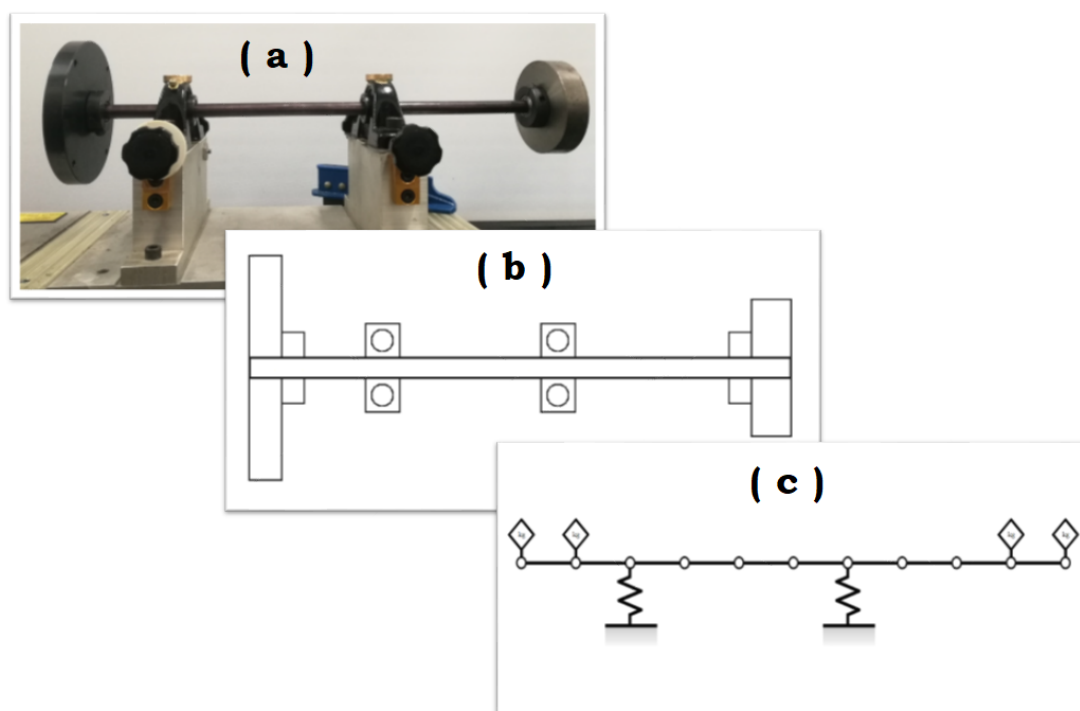
**Figura 1.7:** Esquema del principio de superposición.

Para ensamblar la matriz de masas del modelo se sigue el mismo procedimiento que para la matriz de rigidez. En este caso, depende de los mismos parámetros que en el caso anterior, además de la densidad del material  $\rho$  y del radio de giro de la sección  $r$ , e influye en las mismas sollicitaciones.

Una vez determinados los tres tipos de sollicitaciones, se procede nuevamente tal y como se especifica en la *figura 1.6* para ensamblar la matriz de masas local, y tal como indica la *figura 1.7* para obtener la matriz global de masas.

## 1.8. Aplicación del método FEM en el análisis de bombas

Antes de desarrollar el método FEM para un caso concreto como son las bombas de refrigeración, es necesario tener claro cómo se genera un modelo de elemento finitos a partir de un sistema real:



**Figura 1.8:** Proceso de transformación del sistema real hasta obtener modelo FEM.

Así, sin pérdida de generalidad, la figura 1.8a muestra un ejemplo de un modelo físico, similar al de una bomba centrífuga, que está formado por un eje, dos rodamientos que lo sustentan, dos tacos de aluminio donde se apoyan los rodamientos y dos discos que simulan la polea de transmisión y el rodete, los cuales disponen de sus correspondientes anillos retenedores. En la figura 1.8b aparece un esquema simplificado de la 1.8a en el que ya no aparecen los tacos de aluminio porque se considera que el anillo exterior de los rodamientos está alojado en un elemento infinitamente rígido. Finalmente, la figura 1.8c muestra el modelo de cálculo desarrollado para el modelo físico de la figura 1.8a.

En este modelo, el eje se modeliza mediante elementos finitos unidimensionales. En el caso de los rodamientos, se considera que únicamente aportan rigidez al sistema y, en

el caso del resto de componentes (como el rodete o la polea), se desprecia la rigidez que puedan aportar y se consideran como elementos puntuales con masa e inercia.

Por otro lado, las ecuaciones que describen el comportamiento dinámico de cualquier sistema estructural pueden obtenerse de varias maneras, así como las de todos los elementos que lo componen, y todas son igualmente válidas si se realizan efectuando las suposiciones adecuadas. De esta manera, en este apartado se describe el proceso de obtención de las matrices con las que se conforman las matrices de rigidez y de masa de los elementos del sistema, que proporcionan información sobre dichos sistemas estructurales y son imprescindibles tanto para el análisis dinámico como para el estático.

### 1.8.1. Modelizado del eje

Las ecuaciones de movimiento del eje se obtienen, en este caso, a partir de las funciones de energía potencial y cinética del sistema para casos concretos de aplicación de carga.<sup>10</sup>

El estado tensional y deformacional en un punto determinado del modelo viene representado por los tensores de tensión de deformación:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad [\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} & \varepsilon_y & \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} & \gamma_{yz} & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

Las componentes del tensor de deformaciones para un punto determinado del material se determinan a partir de los desplazamientos  $u, v$  y  $w$  de ese punto utilizando las ecuaciones:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, & \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y}, & \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z}, \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, & \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, & \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \quad (1.13)$$

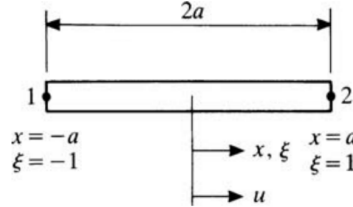
Finalmente, y asumiendo que el comportamiento del modelo se engloba dentro del campo de las pequeñas deformaciones, el tensor de tensiones se relaciona con el tensor de deformaciones a través de la ley de Hooke:

$$\sigma = E \varepsilon \quad (1.14)$$



## Tracción-compresión

Para el caso de un elemento como el que se muestra en la figura 1.9 sometido a sollicitaciones de carácter axial, se realiza la interpolación lineal de los desplazamientos en los extremos del elemento, resultando un polinomio de grado 1 con dos constantes:



**Figura 1.9:** Esquema con los parámetros que caracterizan a un elemento viga

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 \xi \quad (1.15)$$

donde  $\xi$  representa la coordenada intrínseca al elemento que puede tomar valores entre -1 y 1. Para los casos particulares en los que  $\xi = \mp 1$  resulta

$$u_1 = \alpha_1 - \alpha_2, \quad u_2 = \alpha_1 + \alpha_2 \quad (1.16)$$

Despejando las constantes y sustituyendo en la expresión (1.15) se obtiene

$$\begin{aligned} u = \alpha_1 + \alpha_2 \xi &\rightarrow u = \frac{1}{2}(u_1 + u_2) + \frac{1}{2}(u_2 - u_1)\xi \\ &= \frac{1}{2}(1 - \xi)u_1 + \frac{1}{2}(1 + \xi)u_2 \end{aligned} \quad (1.17)$$

Que agrupando los términos pueden aislarse los desplazamientos nodales quedando

$$u = N_1(\xi)u_1 + N_2(\xi)u_2 \quad (1.18)$$

donde para cada nodo j

$$N_j(\xi) = \frac{1}{2}(1 + \xi\xi_j) \quad (1.19)$$

Reescribiendo la expresión (1.18) en forma matricial se obtiene

$$u = [N_1(\xi) \quad N_2(\xi)] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = [N(\xi)]\{u\}_e \quad (1.20)$$

Las ecuaciones de energía potencial elástica y energía cinética del elemento mostrado en la figura 1.9 vienen dadas por las expresiones

$$T_e = \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \rho A \dot{u}^2 dx \quad (1.21)$$

$$U_e = \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} EA \left( \frac{\delta u}{\delta x} \right)^2 dx \quad (1.22)$$

donde  $\rho$  es la densidad del material.

Sustituyendo la fórmula (1.20) en la expresión (1.21) de la energía cinética tras hacer el correspondiente cambio de variable

$$\begin{aligned} T_e &= \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \rho A \dot{u}^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \rho A \dot{u}^2 a d\xi \\ &= \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \rho A \left( \frac{\delta([N(\xi)]\{u\}_e)}{\delta t} \right)^2 a d\xi \\ &= \frac{1}{2} \{\dot{u}\}_e^T \rho A a \int_{-1}^{+1} [N(\xi)]^T [N(\xi)] d\xi \{\dot{u}\}_e \end{aligned} \quad (1.23)$$

Agrupando los términos puede expresarse también como

$$T_e = \frac{1}{2} \{\dot{u}\}_e^T [M]_e \{\dot{u}\}_e \quad \text{siendo} \quad [M]_e = \rho A a \int_{-1}^{+1} [N(\xi)]^T [N(\xi)] d\xi \quad (1.24)$$

Finalmente, sustituyendo la expresión (1.19) y desarrollando la matriz  $[M]_e$  de masa

$$\begin{aligned} [M]_e &= \rho A a \int_{-1}^{+1} \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(1-\xi) \\ \frac{1}{2}(1+\xi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(1-\xi) & \frac{1}{2}(1+\xi) \end{bmatrix} d\xi \\ &= \rho A a \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.25)$$

Para el caso de la expresión de la energía potencial se siguen exactamente los mismos pasos que en el caso de la energía cinética. Así, sustituyendo la ecuación (1.20) en la expresión (1.22)

$$\begin{aligned}
 U_e &= \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} EA \left( \frac{\delta u}{\delta x} \right)^2 dx \\
 &= \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \frac{EA}{a^2} \left( \frac{\delta u}{\delta \xi} \right)^2 a d\xi \\
 &= \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \frac{EA}{a^2} \left( \frac{\delta([N(\xi)]\{u\}_e)}{\delta \xi} \right)^2 a d\xi \\
 &= \frac{1}{2} \{ \dot{u} \}_e^T \frac{EA}{a} \int_{-1}^{+1} [N(\xi)]^T [N(\xi)] d\xi \{ \dot{u} \}_e
 \end{aligned} \tag{1.26}$$

pudiéndose expresar también como

$$U_e = \frac{1}{2} \{ \dot{u} \}_e^T [K]_e \{ \dot{u} \}_e \quad \text{siendo} \quad [K]_e = \frac{EA}{a} \int_{-1}^{+1} [N(\xi)]^T [N(\xi)] d\xi \tag{1.27}$$

Nuevamente, sustituyendo la expresión (1.19) y desarrollando la matriz  $[K]_e$  de rigidez

$$\begin{aligned}
 [K]_e &= \frac{EA}{a} \int_{-1}^{+1} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ +\frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & +\frac{1}{2} \end{bmatrix} d\xi \\
 &= \frac{EA}{a} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{1.28}$$

## Torsión

Para el supuesto en que el elemento mostrado en la figura 1.9 esté sometido a solicitudes de carácter torsional, las ecuaciones que describen su energía potencial y cinética son

$$T_e = \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \rho I_x \dot{\theta}_x^2 dx \tag{1.29}$$

$$U_e = \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} GJ \left( \frac{\delta \theta_x}{\delta x} \right)^2 dx \quad (1.30)$$

donde  $\theta$  es el ángulo de giro de cada diferencial de  $x$ ,  $G$  es el módulo de elasticidad transversal y  $J$  es el momento polar de inercia. De la misma manera que en el caso de tracción-compresión anterior, el supuesto de torsión pura implica que cada nodo tenga un único grado de libertad, llegando a una función de interpolación lineal de la rotación en los nodos similar a la expresión (1.20)

$$\theta_x = [N_1(\xi) \quad N_2(\xi)] \begin{bmatrix} \theta_{x1} \\ \theta_{x2} \end{bmatrix} = [N(\xi)] \{\theta_x\}_e \quad (1.31)$$

donde para cada nodo  $j$

$$N_j(\xi) = \frac{1}{2}(1 + \xi \xi_j) \quad (1.32)$$

Sustituyendo las fórmulas (1.31) y (1.32) en las expresiones (1.29) y (1.30), y siguiendo un desarrollo idéntico al caso de tracción-compresión, se llega a las expresiones

$$T_e = \frac{1}{2} \{\dot{\theta}\}_e^T [M]_e \{\dot{\theta}\}_e \quad (1.33)$$

$$U_e = \frac{1}{2} \{\theta\}_e^T [K]_e \{\theta\}_e \quad (1.34)$$

donde las matrices de masa y de rigidez son, respectivamente

$$[M]_e = \rho I_x a \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

$$[K]_e = \frac{GJ}{a} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (1.36)$$

## Flexión

Finalmente, falta el supuesto en que el elemento mostrado en la figura 1.9 está sometido a solicitaciones transversales (cortante) que generan desplazamientos transversales debidos a la deformación por flexión y por cortante. A diferencia de los casos anteriores, esta situación conlleva que cada nodo tenga dos grados de libertad (desplazamiento vertical y giro entorno al eje perpendicular al plano), haciendo un total de cuatro.

Para el supuesto de flexión, la expresión de energía cinética está formada por un término que corresponde a la traslación y otro que corresponde a la rotación:

$$T_e = \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \rho A \dot{v}^2 dx + \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \rho I_z \dot{\theta}_z^2 dx \quad (1.37)$$

Por otro lado, la ecuación de la energía potencial consta de un término que corresponde con la deformación por flexión y otro que corresponde con la deformación por cortante:

$$U_e = \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} EI_z \left( \frac{\delta \theta_z}{\delta x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \kappa AG \left( \frac{\delta v}{\delta x} - \theta_z \right)^2 dx \quad (1.38)$$

donde  $\kappa$  es el coeficiente transversal de Timoshenko. En este caso, se utilizan las mismas funciones de interpolación para los desplazamientos y para las velocidades. Además, el tipo de interpolación empleado deja de ser lineal, de manera que la forma general de sus ecuaciones de movimiento pasan a ser

$$v = a_1 + a_2 \xi + a_3 \xi^2 + a_4 \xi^3 \quad (1.39)$$

$$\theta_z = b_1 + b_2 \xi + b_3 \xi^2 \quad (1.40)$$

donde  $a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2$  y  $b_3$ , son las constantes de integración, que son dependientes entre ellas. Cabe añadir que la variable que indica el desplazamiento ha pasado a ser  $v$  en lugar de  $u$ , ya que  $v$  indica el desplazamiento transversal y  $u$  indica el desplazamiento longitudinal. Así, planteando equilibrio de momentos en el elemento y desarrollando las expresiones correspondientes se obtienen las siguientes relaciones

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{1}{a} a_2 + \frac{6\beta}{a} a_4 \\ b_2 &= \frac{2}{a} a_3 \\ b_3 &= \frac{3}{a} a_4 \end{aligned} \quad \text{siendo} \quad \beta = \frac{EI_z}{\kappa AG a^2} \quad (1.41)$$

Evaluable las expresiones (1.39) y (1.40) para cada uno de los nodos ( $\xi = -1$  y  $\xi = 1$ ) se obtiene

$$v = [N_1(\xi) \quad a N_2(\xi) \quad N_3(\xi) \quad a N_4(\xi)] \{v\}_e \quad (1.42)$$

$$\theta_z = \left[ \frac{1}{a} N_5(\xi) \quad N_6(\xi) \quad \frac{1}{a} N_7(\xi) \quad N_8(\xi) \right] \{v\}_e \quad (1.43)$$

donde

$$\{v\}_e^T = [v_1 \quad \theta_{z1} \quad v_2 \quad \theta_{z2}] \quad (1.44)$$

y donde

$$\begin{aligned} N_1(\xi) &= \frac{1}{4(1+3\beta)} \{2 + 6\beta - 3(1+2\beta)\xi + \xi^3\} \\ N_2(\xi) &= \frac{1}{4(1+3\beta)} \{1 + 3\beta - \xi - (1+3\beta)\xi^2 + \xi^3\} \\ N_3(\xi) &= \frac{1}{4(1+3\beta)} \{2 + 6\beta + 3(1+2\beta)\xi - \xi^3\} \\ N_4(\xi) &= \frac{1}{4(1+3\beta)} \{-(1+3\beta) - \xi + (1+3\beta)\xi^2 + \xi^3\} \\ N_5(\xi) &= \frac{1}{4(1+3\beta)} \{-3 + 3\xi^2\} \\ N_6(\xi) &= \frac{1}{4(1+3\beta)} \{-1 + 6\beta - (2+6\beta)\xi + 3\xi^2\} \\ N_7(\xi) &= \frac{1}{4(1+3\beta)} \{3 - 3\xi^2\} \\ N_8(\xi) &= \frac{1}{4(1+3\beta)} \{-1 + 6\beta + (2+6\beta)\xi + 3\xi^2\} \end{aligned} \quad (1.45)$$

Sustituyendo las funciones (1.42) y (1.43) en las expresiones de energía (1.38) y (1.37) y desarrollando las integrales se llega, por un lado, a la matriz de masa

$$\begin{aligned} [M]_e &= \frac{\rho A a}{(1 + \Phi_s)^2} \begin{bmatrix} m_1 & & & \text{Sim} \\ m_2 & m_5 & & \\ m_3 & -m_4 & m_1 & \\ m_4 & m_6 & -m_2 & m_5 \end{bmatrix} \\ &+ \frac{\rho A a}{(1 + \Phi_s)^2} \left(\frac{r}{a}\right)^2 \begin{bmatrix} m_7 & & & \text{Sim} \\ m_8 & m_9 & & \\ -m_7 & -m_8 & m_7 & \\ m_8 & m_{10} & -m_8 & m_9 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.46)$$

donde

$$\begin{aligned}\Phi_s &= \frac{12EI}{GAa^2} \\ r &= \sqrt{\frac{I}{A}} \\ \begin{aligned} m_1 &= \frac{13}{35} + \frac{7}{10}\Phi_s + \frac{1}{3}\Phi_s^2 \\ m_2 &= \left(\frac{11}{210} + \frac{11}{120}\Phi_s + \frac{1}{24}\Phi_s^2\right)a \\ m_3 &= \frac{9}{70} + \frac{3}{10}\Phi_s + \frac{1}{6}\Phi_s^2 \\ m_4 &= -\left(\frac{13}{420} + \frac{3}{40}\Phi_s + \frac{1}{24}\Phi_s^2\right)a \\ m_5 &= \left(\frac{1}{105} + \frac{1}{60}\Phi_s + \frac{1}{120}\Phi_s^2\right)a^2 \\ m_6 &= \left(\frac{1}{140} + \frac{1}{60}\Phi_s + \frac{1}{120}\Phi_s^2\right)a^2 \\ m_7 &= \frac{6}{5} \\ m_8 &= \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{2}\Phi_s\right)a \\ m_9 &= \left(\frac{2}{15} + \frac{1}{6}\Phi_s + \frac{1}{3}\Phi_s^2\right)a^2 \\ m_{10} &= \left(-\frac{1}{30} - \frac{1}{6}\Phi_s + \frac{1}{6}\Phi_s^2\right)a^2 \end{aligned} \end{aligned} \quad (1.47)$$

Por otro lado, al igual que en los supuestos anteriores, se obtiene también la matriz de rigidez

$$[K]_e = \frac{EI}{(1 + \Phi_s)a^3} \begin{bmatrix} k_1 & & & \text{Sim} \\ k_2 & k_3 & & \\ -k_1 & -k_2 & k_1 & \\ k_2 & k_4 & -k_2 & k_3 \end{bmatrix} \quad (1.48)$$

donde

$$\begin{aligned}
 k_1 &= 12 \\
 k_2 &= 6a \\
 k_3 &= (4 + \Phi_s)a^2 \\
 k_4 &= (2 - \Phi_s)a^2
 \end{aligned}
 \tag{1.49}$$

## 1.8.2. Modelizado de los rodamientos

Estimar experimentalmente la rigidez de los rodamientos que sustentan el eje es un proceso costoso y complejo. No obstante, existen métodos que permiten aproximar dichos valores de rigidez para sistemas que no requieran de una precisión rigurosa.

En el caso de tener rodamientos que trabajen dentro de un rango de velocidades no muy elevadas y suponiendo que no hay holguras entre sus elementos rodantes y sus pistas, las ecuaciones de rigidez de Palmgren<sup>11</sup> permiten estimar la rigidez de rodamientos autoalineantes o rígidos, de bolas o de rodillos, y radiales o axiales. En este caso, son requeridas las mostradas en la tabla 1.1:

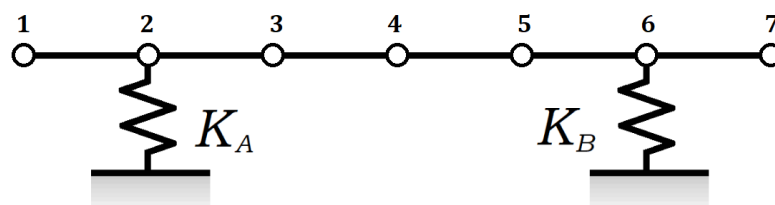
**Tabla 1.1:** Ecuaciones de Palmgren para estimar la rigidez de rodamientos

	Autoalineante de bolas	Rígido de rodillos rectos
Axial	$K_a = 0,0593 \cdot 10^6 \sqrt[3]{DF_a Z^2 \sin^5 \alpha}$	$K_a = 1,28 \cdot 10^6 F_a^{0,1} Z^{0,9} L_e^{0,8} \sin^{1,9} \alpha$
Radial	$K_r = 0,0203 \cdot 10^6 \sqrt[3]{DF_r Z^2 \cos^5 \alpha}$	$K_r = 0,3 \cdot 10^6 F_r^{0,1} Z^{0,9} L_e^{0,8} \cos^{1,9} \alpha$

donde  $K_a$  y  $K_r$  son la rigidez axial y radial en  $lb_f/in$ ,  $D$  es el diámetro del elemento rodante en  $in$ ,  $F_a$  y  $F_r$  son la fuerza axial y radial en  $lb_f$ ,  $Z$  es el número de elementos rodantes,  $\alpha$  es el ángulo de contacto en  $rad$  y  $L_e$  es la longitud efectiva del rodillo en  $in$ . Es importante mencionar que, para determinar la rigidez de estos elementos, es necesario previamente saber cuánta carga recae sobre ellos. De esta manera, la rigidez es no lineal, y depende de la carga, un concepto al cual se hará referencia en los apartados posteriores.



Para introducir los parámetros de rigidez en el modelo, se considera que el rodamiento correspondiente es un elemento transversal adicional del nodo en el que va colocado, tal y como se muestra en la figura 1.10:



**Figura 1.10:** Representación de la definición de los cojinetes en el programa.

En ese caso, al ser las restricciones de los grados de libertad independientes las unas de las otras, para cada nodo resulta una matriz de rigidez diagonal, que ensamblada en el elemento completo resulta

$$K^{Rod} = \begin{bmatrix} K_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K_r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.50)$$

### 1.8.3. Modelizado del sello mecánico

El sello mecánico es un caso particular de rodamiento que aporta exclusivamente rigidez axial al sistema al tratarse de dos piezas principales conectadas por un resorte de compresión longitudinal que ejerce presión en los elementos propios de sellado. Por tanto, la expresión para estimar la rigidez de un resorte puede obtenerse siguiendo las ecuaciones indicadas por Shigley,<sup>12</sup> y se muestra en la tabla 1.2:

**Tabla 1.2:** Ecuación de Shigley para estimar la rigidez de un resorte de compresión.

	Sello mecánico
Axial	$K_a = \frac{d^4 G}{8 D^3 N}$
Radial	$K_r = 0$

donde la  $d$  es el diámetro de la sección del alambre,  $D$  es el diámetro de la hélice del resorte y  $N$  es el número de espiras activas. Para obtener la matriz de rigidez basta con introducir las fórmulas correspondientes en la expresión (1.50), de la misma forma que para el caso genérico de los rodamientos.

#### 1.8.4. Modelizado del resto de elementos

En un sistema mecánico desarrollado a partir de un eje biapoyado pueden incorporarse una gran variedad de componentes como coronas, piñones, turbinas, rodets, etc., cada uno con un comportamiento distinto. No obstante, una manera de estimar este comportamiento es sustituyéndolos por la reacción que producen en el eje y por una masa puntual, ambas ubicadas en el nodo correspondiente del modelo.

Por lo que respecta propiamente al modelizado de los elementos, debe definirse únicamente la matriz de masa de cada componente (las fuerzas son externas al modelo), que al afectar a un solo nodo repercute en los 6 grados de libertad espaciales

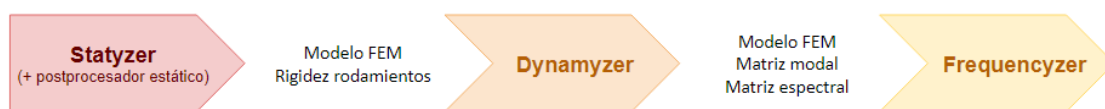
$$M^{Elem} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (1.51)$$

## 1.9. Aplicación de cálculo

Como se ha visto en el apartado 1.4, la elaboración del modelo numérico de cálculo es un proceso laborioso y costoso. Con la finalidad de automatizar estos cálculos y agilizar así el proceso de diseño, se ha desarrollado una aplicación de cálculo que permite obtener información acerca del comportamiento estático y dinámico de sistemas mecánicos con configuraciones similares a la parte motriz de las bombas centrífugas.

De esta manera, tal y como se ha introducido en el apartado 1.3, para realizar el análisis del comportamiento dinámico de un sistema formado a partir de un eje biapoyado es necesario obtener previamente cierta información procedente de un análisis estático. Además, para aumentar la funcionalidad de la herramienta de cálculo dinámico, es imprescindible contar con un software de postprocesado que permita manejar la gran cantidad de información que se genera en un análisis modal, que suele ser mayor que en su homólogo estático.

De esta manera, se han implementado tres programas para elaborar el análisis completo de este tipo de sistemas mecánicos que trabajan de acuerdo con el diagrama de flujo de la figura 1.11. Cada una de estas aplicaciones se describe en detalle a continuación.



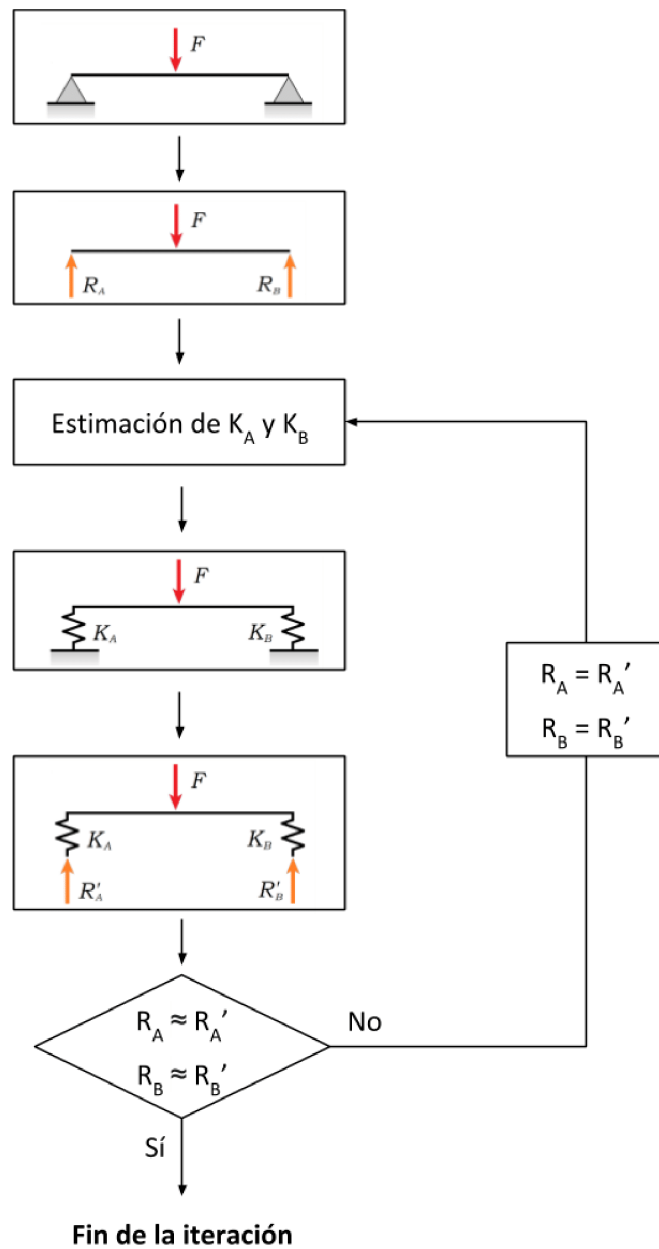
**Figura 1.11:** Diagrama de flujo de las tres herramientas informáticas.

### 1.9.1. Statyzer

El objetivo principal de esta aplicación es realizar el análisis de deformación del conjunto analizado bajo una serie de cargas estáticas. Para ello, la aplicación determina las matrices rigidez de todos los elementos del modelo, a partir de sus características geométricas y elásticas. A continuación, y tras especificar las cargas aplicadas sobre el eje, resuelve la ecuación (1.1), y obtiene el campo de deformaciones del eje.

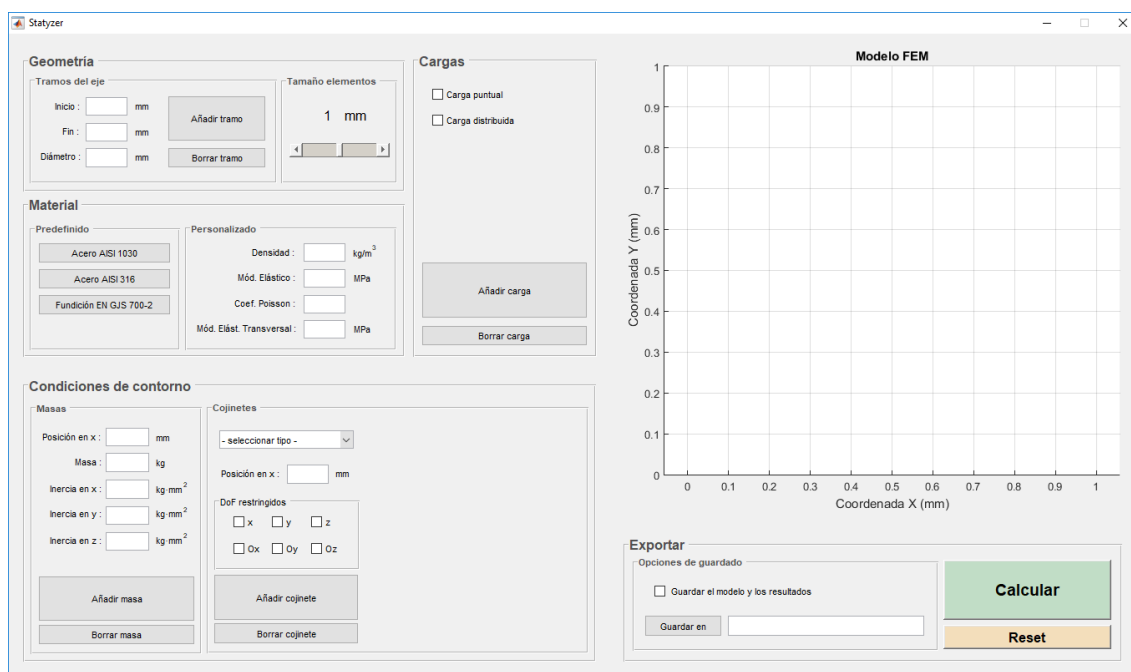
Entre los retos que se deben superar al realizar el análisis estático, está el de la determinación de la matriz de rigidez de los rodamientos. Puesto que esta rigidez depende de la carga que soportan, el problema se convierte en no lineal, y es necesario resolverlo mediante el siguiente proceso iterativo cuyo diagrama se muestra en la figura 1.12:

- **Paso 1:** Sustitución en el modelo a analizar de los rodamientos y cojinetes por apoyos que restrinjan los grados de libertad correspondientes (por ejemplo, si un rodamiento afecta a la rigidez de los 6 grados de libertad espaciales, este sería sustituido por un empotramiento que limitaría el desplazamiento y el giro en los 3 ejes cartesianos).
- **Paso 2:** Obtención de las reacciones en los apoyos que aparecen en dichos grados de libertad.
- **Paso 3:** Cálculo de la rigidez de cada rodamiento a partir de la carga (reacción) que recae en cada uno de ellos.
- **Paso 4:** Implementación en el modelo de la rigidez introducida por cada rodamiento (explicado con detalle en el apartado 1.8.2).
- **Paso 5:** Obtención de las nuevas reacciones que aparecen en los rodamientos.
- **Paso 6:** Comparación con las reacciones obtenidas en el paso 2. En caso de ser similares (convergencia), se detiene la iteración. En caso de ser diferentes (no convergencia), se toma como valor de las reacciones el obtenido en el paso 5 y se repite el proceso desde el paso 3 hasta alcanzar la convergencia del proceso iterativo.



**Figura 1.12:** Proceso iterativo de cálculo de Statzky.

La interfaz de la aplicación Statzyer consta de 7 paneles, que se distribuyen en la ventana como se muestra en la figura 1.13. A continuación, se describen en detalle cada uno de estos paneles:



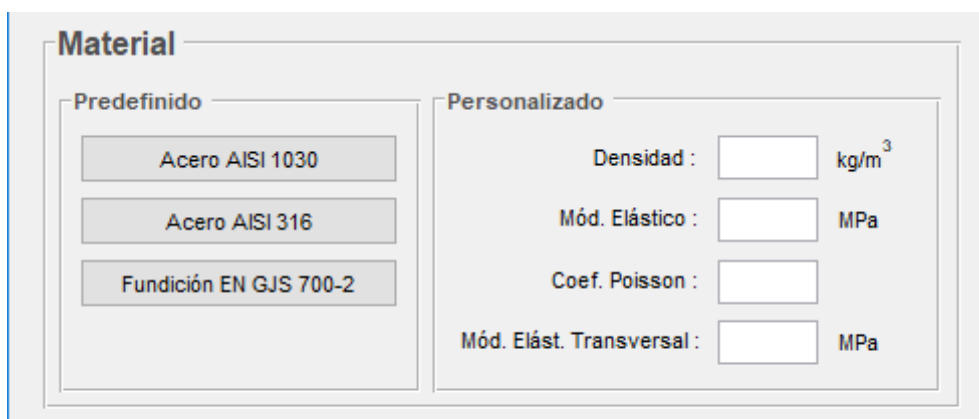
**Figura 1.13:** Interfaz de Statzyer.

- **Geometría:** en este panel de la aplicación (mostrado en detalle en la figura 1.14) se especifica la geometría del eje de la bomba, introduciendo tramo por tramo las dimensiones del eje, definiendo sus respectivas longitud y sección. También permite escoger el tamaño medio de los elementos generados, sabiendo que a menor tamaño de los elementos mayor será la precisión de los resultados.



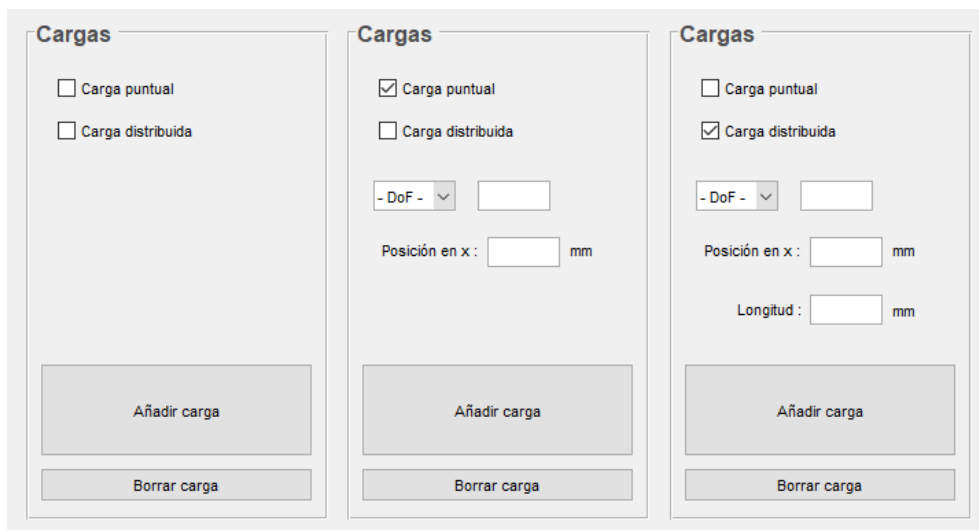
**Figura 1.14:** Interfaz de Statzyer: panel “Geometría”.

- **Material:** en este panel de la aplicación (mostrado en detalle en la figura 1.15) se especifican las propiedades físicas del material con el que se fabrica el eje que son relevantes para el análisis del mismo (densidad, coeficiente de Poisson, etc.). Además, incluye una lista de materiales predefinidos que autocompletan dichos parámetros.



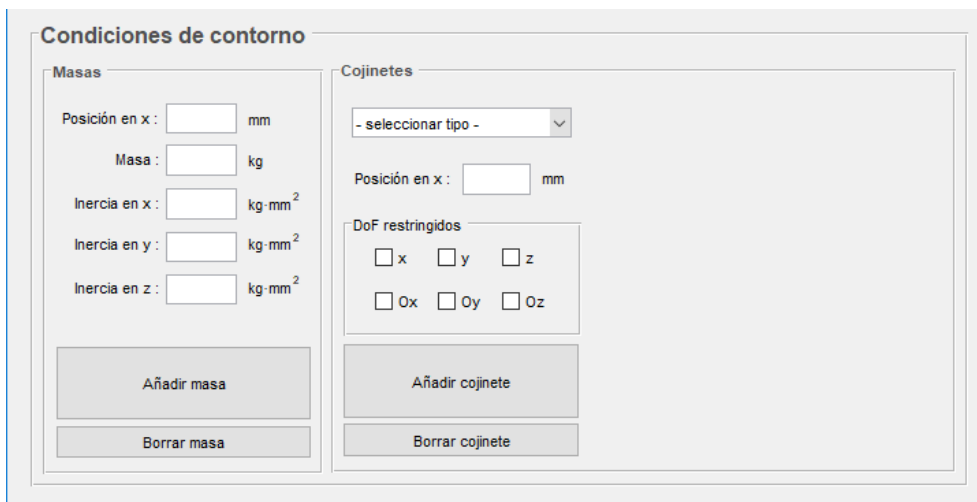
**Figura 1.15:** Interfaz de Statyzer: panel “Material”.

- **Cargas:** en este panel de la aplicación (mostrado en detalle en la figura 1.16) se especifican las cargas puntuales y distribuidas en cualquier punto del eje y en la dirección de cualquier grado de libertad (DoF o *Degree of Freedom* en inglés). El programa solicita la introducción de las fuerzas en N y de los momentos en N·mm.



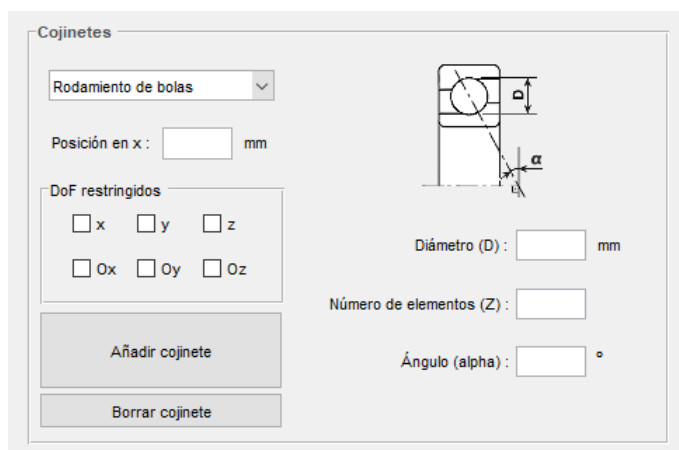
**Figura 1.16:** Interfaz de Statyzer: tres estados del panel “Cargas”.

- Condiciones de contorno: en este panel de la aplicación (mostrado en detalle en la figura 1.17) se especifica la disposición tanto de masas puntuales como de cojinetes en el eje, prestando especial atención en los parámetros de estos últimos por ser unos elementos mecánicos con características particulares.



**Figura 1.17:** Interfaz de Statzyr: panel “Condiciones de contorno”.

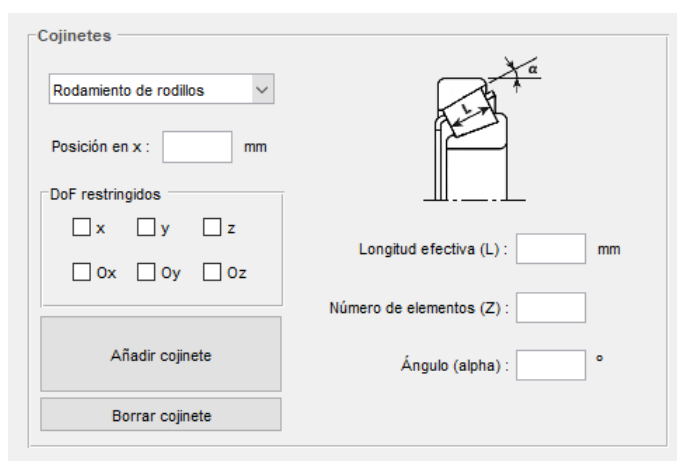
Al seleccionar “Rodamiento de bolas” dentro del subpanel “Cojinetes”(mostrado en detalle en la figura 1.18), aparece un menú que permite caracterizar este tipo de rodamiento introduciendo la cantidad de bolas que tiene, el diámetro de las mismas y su ángulo de contacto con el anillo interior, además de una ilustración que proporciona más información acerca de dichos parámetros.



**Figura 1.18:** Interfaz de Statzyr: parámetros del rodamiento de bolas.




Al seleccionar “Rodamiento de rodillos” dentro del subpanel “Cojinetes”(mostrado en detalle en la figura 1.19), aparece un menú que permite caracterizar este tipo de rodamiento introduciendo la cantidad de rodillos que tiene, la longitud efectiva de los mismos y su ángulo de contacto con el anillo interior, además de una ilustración que proporciona más información acerca de dichos parámetros.



The screenshot shows the 'Cojinetes' subpanel with the 'Rodamiento de rodillos' dropdown selected. It includes a 'Posición en x' field, a 'DoF restringidos' section with checkboxes for x, y, z, Ox, Oy, and Oz, and buttons for 'Añadir cojinete' and 'Borrar cojinete'. On the right, there is a diagram of a roller bearing with an angle  $\alpha$  indicated. Below the diagram are input fields for 'Longitud efectiva (L)' in mm, 'Número de elementos (Z)', and 'Ángulo (alpha)' in degrees.

**Figura 1.19:** Interfaz de Statzyr: parámetros del rodamiento de rodillos.

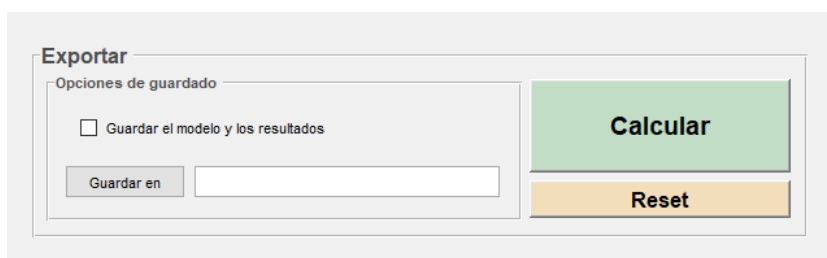
Finalmente, al seleccionar “Sello mecánico” dentro del subpanel “Cojinetes”(mostrado en detalle en la figura 1.20), aparece un menú que permite caracterizar este tipo de cojinete de fricción introduciendo el diámetro de la sección del alambre, el diámetro de la espira, el módulo de elasticidad transversal del material y el número de espiras activas del resorte, además de una ilustración que proporciona más información acerca de dichos parámetros.



The screenshot shows the 'Cojinetes' subpanel with the 'Sello mecánico' dropdown selected. It includes a 'Posición en x' field, a 'DoF restringidos' section with checkboxes for x, y, z, Ox, Oy, and Oz, and buttons for 'Añadir cojinete' and 'Borrar cojinete'. On the right, there is a diagram of a mechanical seal with dimensions  $d$  and  $D$  indicated. Below the diagram are input fields for 'Diámetro de la sección (d)' in mm, 'Diámetro de la espira (D)' in mm, 'Mód. Elást. Transversal (G)' in MPa, and 'Espiras activas (N)'.

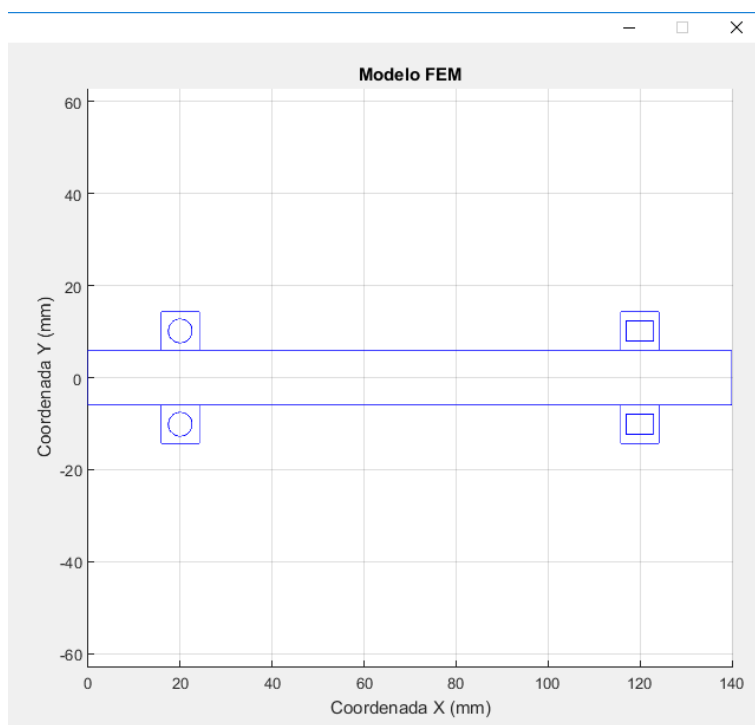
**Figura 1.20:** Interfaz de Statzyr: parámetros del sello mecánico.

- Exportar: en este panel de la aplicación (mostrado en detalle en la figura 1.21) se especifica la ruta en la que se desea guardar un archivo con los resultados del análisis, así como con todos los parámetros especificados en paneles anteriores. También incluye los botones para calcular o resetear el modelo actual.



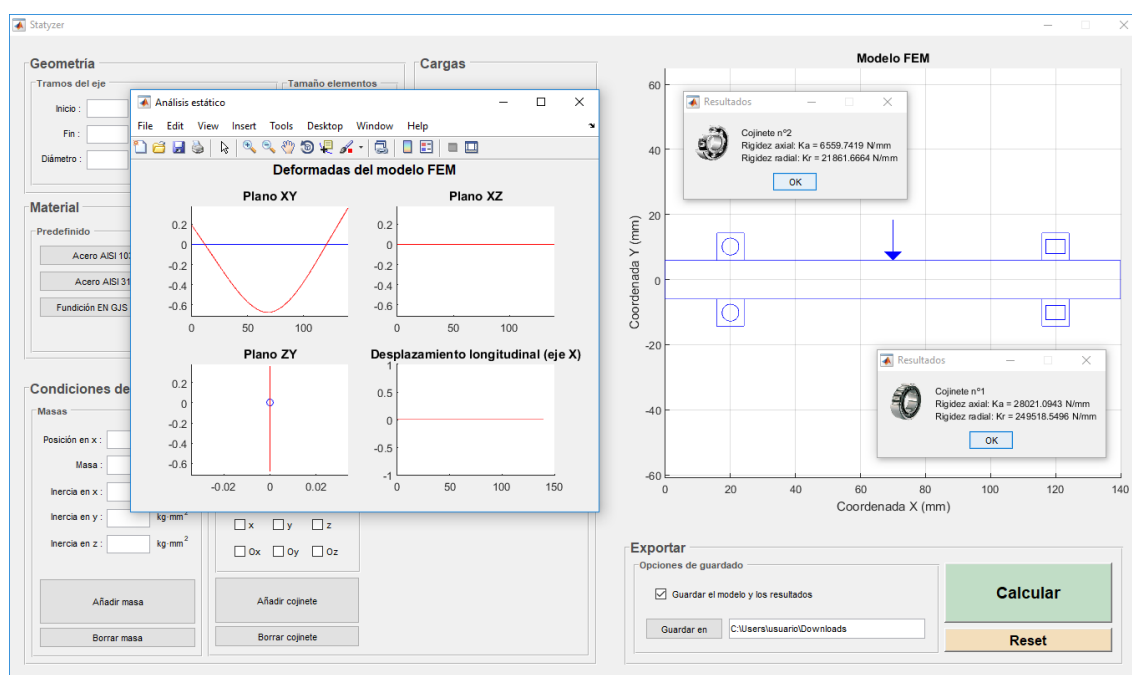
**Figura 1.21:** Interfaz de Statyzer: panel “Exportar”.

- Panel gráfico: finalmente, en este panel de la aplicación (mostrado en detalle en la figura 1.22) se muestra en todo momento una representación gráfica del modelo que se está configurando mediante el resto de paneles.



**Figura 1.22:** Interfaz de Statyzer: panel gráfico.

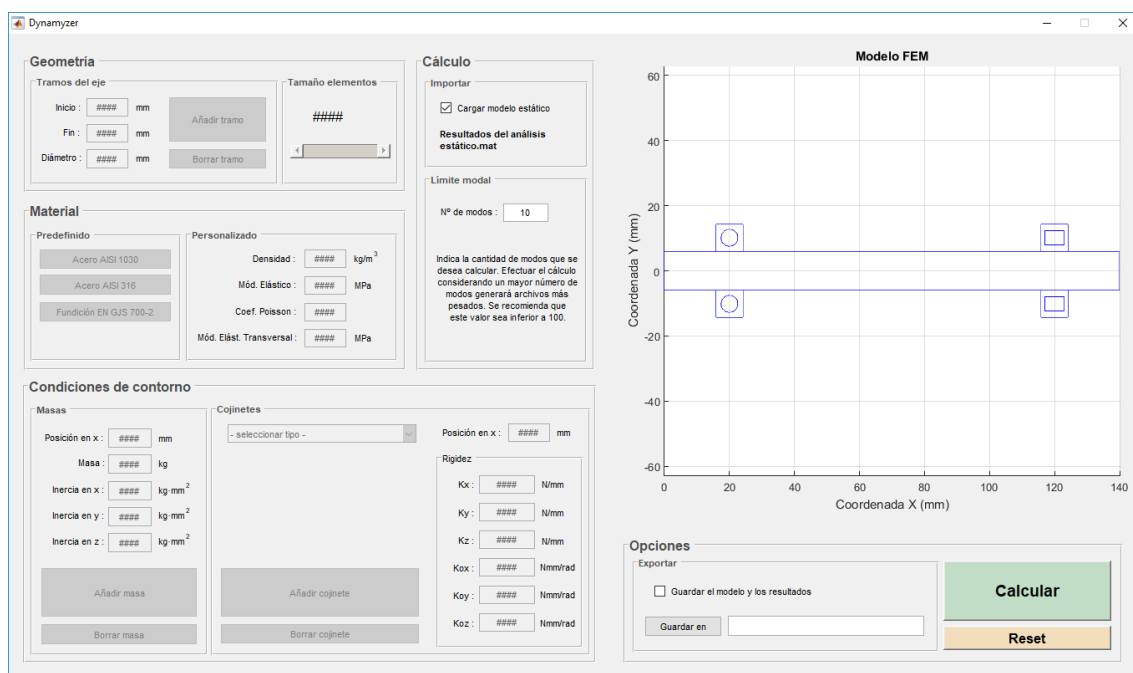
Al pulsar sobre el botón 'Calcular' (mostrado en la figura 1.21), la aplicación ejecuta las instrucciones necesarias para resolver el problema de elementos finitos planteado. Al finalizar los cálculos, se muestra en la figura 1.23 una representación gráfica que indica, además de los valores de rigidez de cada rodamiento, la deformada tridimensional del modelo, que aprovecha al máximo los resultados generados por el programa.



**Figura 1.23:** Representación de los resultados del análisis estático.

## 1.9.2. Dynamyzer

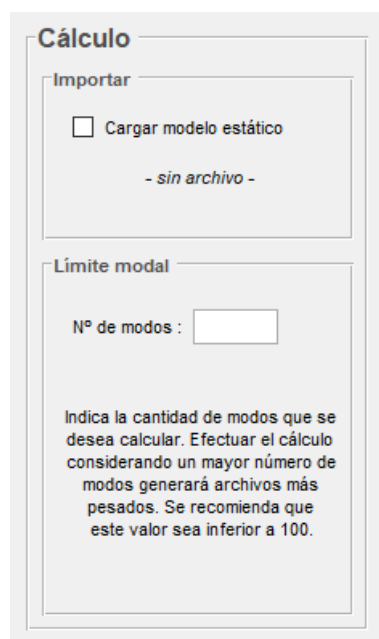
El objetivo principal de esta aplicación es realizar el análisis modal del conjunto analizado. Para ello, la aplicación determina las matrices de rigidez y de masas de todos los elementos del modelo, a partir de sus características geométricas y elásticas. A continuación, resuelve la ecuación (1.8), y se obtienen los modos de vibración y las frecuencias propias del sistema.



**Figura 1.24:** Interfaz de Dynamyzer con un archivo importado.

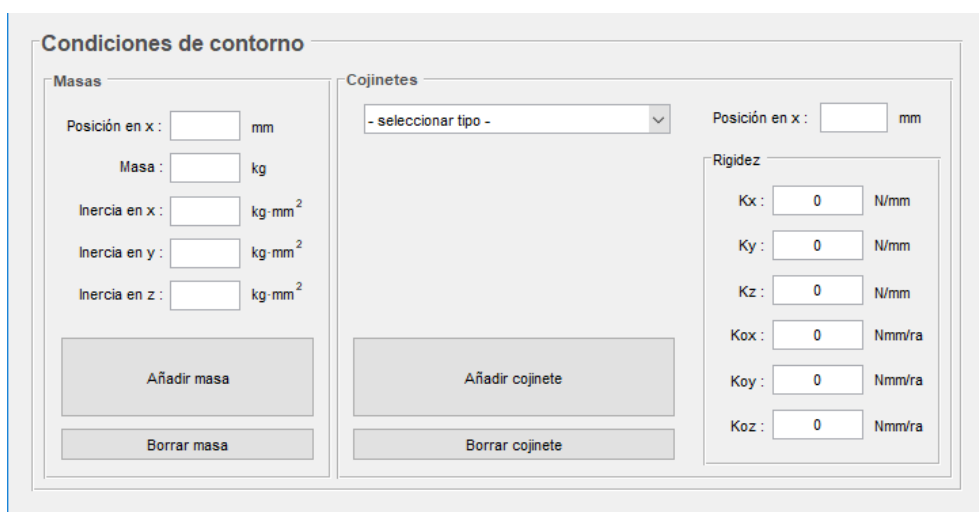
La interfaz desarrollada para la aplicación Dynamyzer (mostrada en la figura 1.24) es similar a la que se ha desarrollado para la aplicación Statyzer (descrita en el apartado anterior), pero prescinde del panel “Carga”, al no ser necesarios estos parámetros para la realización de un análisis modal. Además, incluye los paneles que se describen a continuación:

- **Cálculo:** este panel de la aplicación (mostrado en detalle en la figura 1.25) permite cargar el archivo con los resultados del análisis estático previo (si se desea) y escoger el número de modos a calcular en el análisis modal.



**Figura 1.25:** Interfaz de Dynamyzer: panel “Cálculo”.

- Condiciones de contorno: este panel de la aplicación (mostrado en detalle en la figura 1.26) funciona exactamente igual que su homónimo de la aplicación Statyzer, con la salvedad de que solicita directamente la rigidez para cada cojinete al no contar el sistema con ninguna carga aplicada que permita estimar dicha rigidez. Los parámetros solicitados son los mismos para todos los tipos de cojinete.



**Figura 1.26:** Interfaz de Dynamyzer: panel “Condiciones de contorno”.

De esta manera, la interfaz de la herramienta ofrece dos posibilidades: definir un nuevo modelo desde cero o importar los resultados obtenidos del análisis con Statyzer.

En caso de optar por cargar un análisis estático previo, basta con marcar la opción correspondiente en el panel “Cálculo” e indicar la ruta del archivo para que quede completamente definido el modelo anterior.

En caso contrario, la herramienta permite generar por completo un modelo sin necesidad de realizar el análisis estático previamente con Statyzer. Para ello, se solicitan los mismos parámetros que en el generador de modelo anterior con la diferencia ya comentada de que deben introducirse los valores de rigidez en los cojinetes y de que se prescinde de la introducción de cargas externas.

Ambas opciones requieren del número de modos que se desea calcular para reducir el tamaño de los archivos generados, y ambas permiten al usuario guardar los resultados obtenidos de la misma manera que Statyzer. Además, tal y como se ha dicho antes, el gran volumen de información que genera un análisis dinámico hace que no sea sencillo ni práctico mostrar todos los resultados en una pantalla al mismo tiempo, de manera que al finalizar con los cálculos se habilita automáticamente la herramienta de postprocesado Frequencyzer para poder trabajar con ellos.

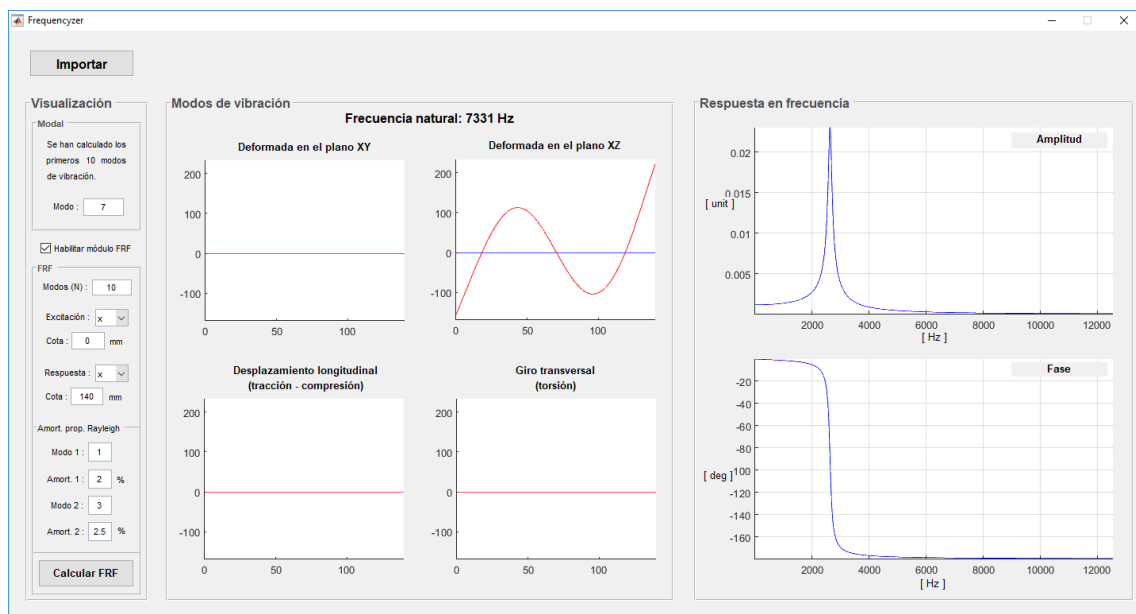
### 1.9.3. Frequencyzer

Un análisis modal ofrece un elevado número de resultados que pueden ser difíciles de manejar. Por este motivo, se ha desarrollado la aplicación Frequencyzer, que permite al usuario obtener las deformadas y las frecuencias asociadas a cada modo de vibración, así como la obtención de la función de respuesta en frecuencia (FRF). La FRF no es más que la representación matemática de la relación entre la entrada o excitación de un sistema y la salida o respuesta resultante de dicho sistema para esa misma excitación.

A través del software Frequencyzer, se puede escoger la información que se desea mostrar proveniente de los resultados del análisis dinámico efectuado con Dynamyzer. Además de ejecutarse automáticamente al finalizar el cálculo dinámico, permite también cargar archivos guardados previamente sin necesidad de ejecutar Dynamyzer cada vez. En cuanto a la interfaz del programa, consta de tres paneles distintos, distribuidos como se muestra en la figura 1.27:

- Visualización: permite escoger el modo de vibración que se desea visualizar en el panel “Modos de vibración”. Además, permite configurar la respuesta, excitación y amortiguamiento de la FRF que se desea visualizar en el panel “Respuesta en frecuencia”, así como el número de modos que se desea representar.

- **Modos de vibración:** muestra la deformada en los planos XY y XZ del modo seleccionado en el panel “Visualización”, además de el desplazamiento longitudinal y el giro transversal de la sección del eje. También indica la frecuencia natural de vibración de dicho modo.
- **Respuesta en frecuencia:** muestra tanto el módulo como la fase de la FRF configurada en el panel “Visualización”.



**Figura 1.27:** Interfaz de Frequencyzer.

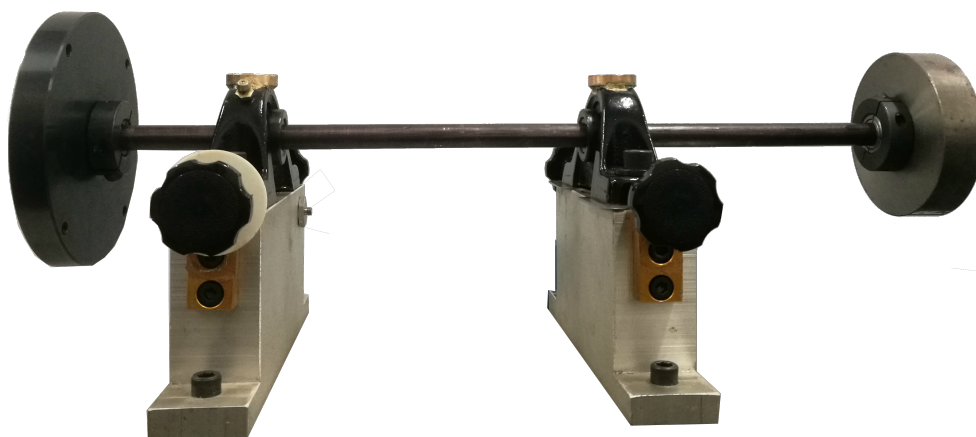
## 1.10. Ejemplos numéricos

En el siguiente apartado se va a demostrar el funcionamiento del programa calculando dos ejemplos numéricos que corresponden a:

- **Equipo experimental:** Sistema mecánico del laboratorio del área de Ingeniería Mecánica de la Universitat Jaume I que se emplea en labores de investigación. La ventaja de este equipo es que se pueden comparar los resultados de la simulación con su comportamiento real determinado mediante un análisis experimental descrito en el apartado siguiente.
- **Bomba comercial:** Bomba extraída de catálogos comerciales que tiene un diseño genérico y que incluye los elementos más comunes en este tipo de equipos. En este caso, no se dispone del modelo escogido para realizar la comparación experimental.

### 1.10.1. Ejemplo 1: equipo experimental

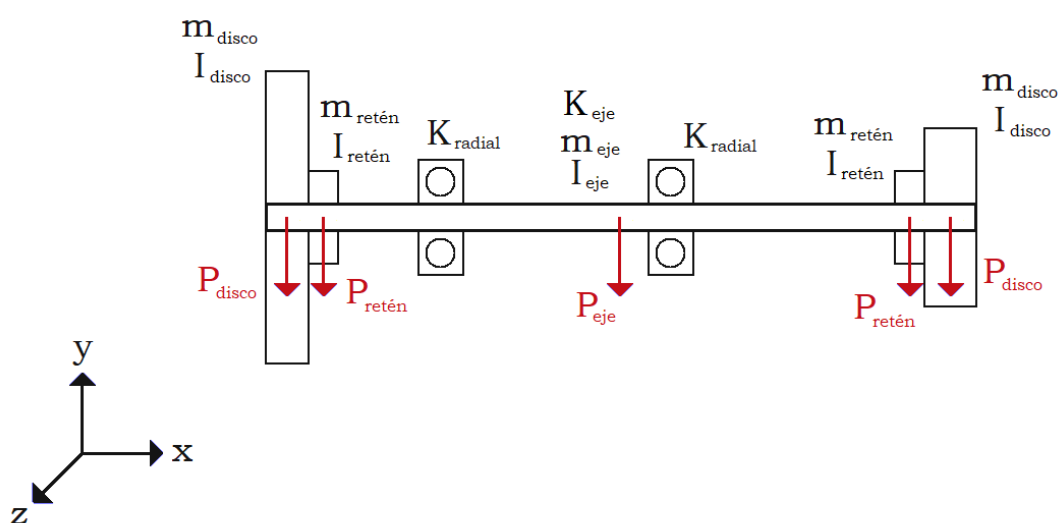
La figura 1.28 muestra el equipo experimental correspondiente con el primer ejemplo numérico. Se ha utilizado este ejemplo porque sus elementos tienen un elevado grado de correspondencia con los elementos típicos que se encuentran en las bombas de agua.



**Figura 1.28:** Montaje para la validación experimental del modelo numérico (imagen invertida horizontalmente).



El disco del lado corto (izquierda) representa la polea de transmisión y el del lado largo (derecha) representa el rodete. El eje está sustentado por dos rodamientos que van fijos a dos tacos de aluminio. En este caso, a diferencia de las bombas, no hay ninguna carga externa aplicada en el sistema además del peso propio de cada uno de los elementos. La figura 1.29 muestra el esquema simplificado del montaje que se ha asumido para realizar la validación experimental:



**Figura 1.29:** Esquema del montaje para la validación experimental del modelo numérico.

Para sintetizar el proceso de introducción de las propiedades del modelo en el programa, las tablas 1.3, 1.4, 1.5, 1.6 y 1.7 muestran un resumen de todos los parámetros definidos en Statyzer:

**Tabla 1.3:** Geometría introducida para la simulación del equipo experimental.

Parámetro	Valor	Unidades
Inicio	0	mm
Fin	448	mm
Diámetro	12,6	mm
Tamaño elementos	1	mm

**Tabla 1.4:** Propiedades del material introducidas para la simulación del equipo experimental.

Parámetro	Valor	Unidades
Densidad	3850	kg/m <sup>3</sup>
Módulo elástico	72000	MPa
Coefficiente de Poisson	0,33	-
Módulo elástico transversal	27268	MPa

**Tabla 1.5:** Masas introducidas para la simulación del equipo experimental.

Masa del disco izquierdo			Masa del retén izquierdo		
Parámetro	Valor	Unidades	Parámetro	Valor	Unidades
Posición en x	7,7	mm	Posición en x	21,95	mm
Masa	1,482	kg	Masa	0,074	kg
Inercia en x	3,063·10 <sup>3</sup>	kg·mm <sup>2</sup>	Inercia en x	0,016·10 <sup>3</sup>	kg·mm <sup>2</sup>
Inercia en y	1,531·10 <sup>3</sup>	kg·mm <sup>2</sup>	Inercia en y	0,008·10 <sup>3</sup>	kg·mm <sup>2</sup>
Inercia en z	1,531·10 <sup>3</sup>	kg·mm <sup>2</sup>	Inercia en z	0,008·10 <sup>3</sup>	kg·mm <sup>2</sup>

Masa del retén derecho			Masa del disco derecho		
Parámetro	Valor	Unidades	Parámetro	Valor	Unidades
Posición en x	420,55	mm	Posición en x	437,6	mm
Masa	0,082	kg	Masa	1,032	kg
Inercia en x	0,019·10 <sup>3</sup>	kg·mm <sup>2</sup>	Inercia en x	1,066·10 <sup>3</sup>	kg·mm <sup>2</sup>
Inercia en y	0,009·10 <sup>3</sup>	kg·mm <sup>2</sup>	Inercia en y	0,533·10 <sup>3</sup>	kg·mm <sup>2</sup>
Inercia en z	0,009·10 <sup>3</sup>	kg·mm <sup>2</sup>	Inercia en z	0,533·10 <sup>3</sup>	kg·mm <sup>2</sup>

**Tabla 1.6:** Cojinetes introducidos para la simulación del equipo experimental.

Rodamiento de bolas izquierdo					
Parámetro		Valor		Unidades	
Posición en x		88,35		mm	
Diámetro de las bolas		7,15		mm	
Número de elementos		8		-	
Ángulo de contacto		0		°	
Grados de libertad restringidos					
x	Restringido	y	Restringido	z	Restringido
Ox	No restringido	Oy	No restringido	Oz	No restringido

Rodamiento de bolas derecho					
Parámetro		Valor		Unidades	
Posición en x		88,35		mm	
Diámetro de las bolas		7,15		mm	
Número de elementos		8		-	
Ángulo de contacto		0		°	
Grados de libertad restringidos					
x	Restringido	y	Restringido	z	Restringido
Ox	No restringido	Oy	No restringido	Oz	No restringido

**Tabla 1.7:** Cargas introducidas para la simulación del equipo experimental.

Peso del disco izquierdo			Peso del retén izquierdo		
Parámetro	Valor	Unidades	Parámetro	Valor	Unidades
Posición en x	7,7	mm	Posición en x	21,9	mm
Dirección	y	-	Dirección	y	-
Fuerza	-1,482	kgf	Fuerza	-0,074	kgf

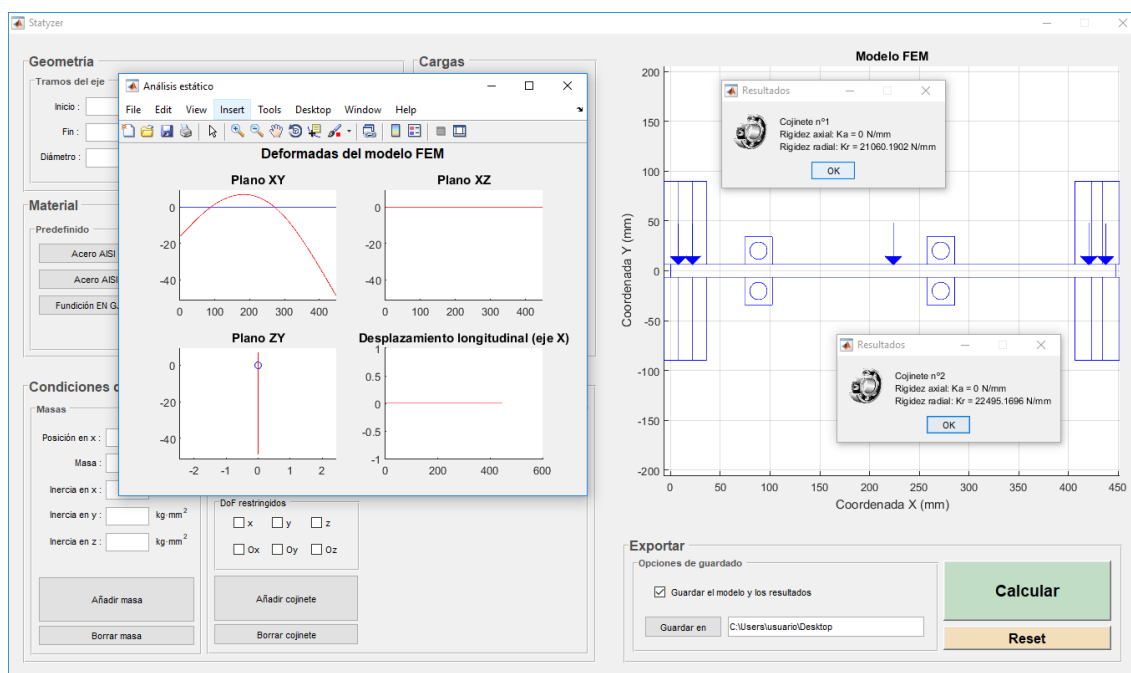
Peso del eje		
Parámetro	Valor	Unidades
Posición en x	224,0	mm
Dirección	y	-
Fuerza	-0,160	kgf

Peso del retén derecho			Peso del disco derecho		
Parámetro	Valor	Unidades	Parámetro	Valor	Unidades
Posición en x	420,6	mm	Posición en x	437,6	mm
Dirección	y	-	Dirección	y	-
Fuerza	-0,082	kgf	Fuerza	-1,032	kgf

Una vez definida toda la información en el programa, se procede con la resolución del problema estático, cuyos resultados se muestran en la figura 1.30. La flecha máxima se encuentra contenida en el plano XY, algo esperable al estar todas las cargas externas contenidas en dicho plano. Además, la deformada en el plano transversal XZ es completamente nula y no existe desplazamiento longitudinal.

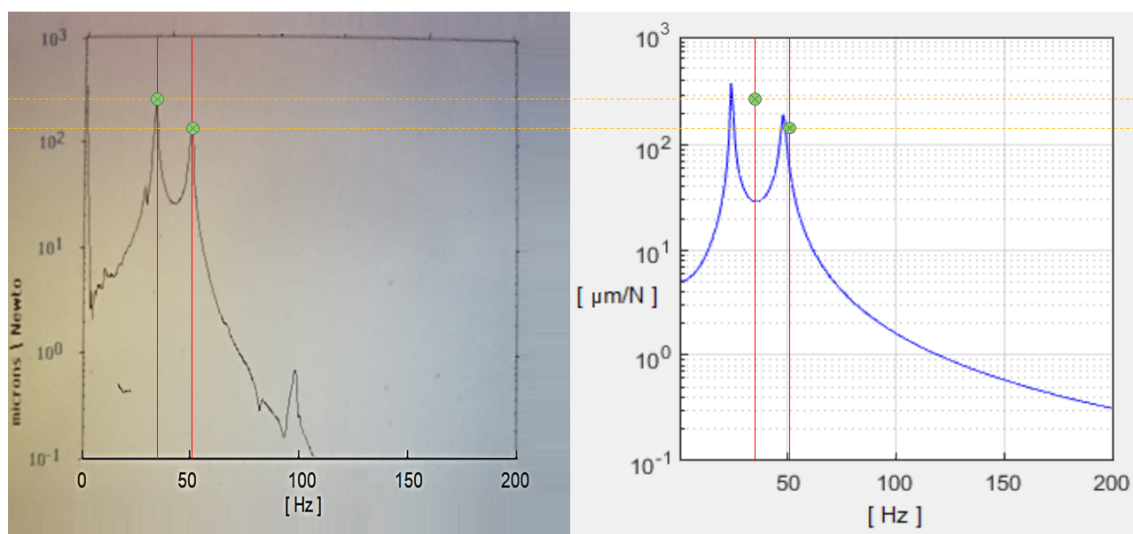
Para efectuar el posterior análisis dinámico sin tener que introducir de nuevo el modelo, se marca la casilla “Guardar el modelo y los resultados” y se escoge el directorio correspondiente.



**Figura 1.30:** Resultados del análisis estático del equipo experimental.

A continuación, se inicia la herramienta Dynamyzer y se importa el archivo que se ha generado en Statyzer. Se puede observar que se ha cargado el modelo anterior y que solo falta por indicar el número de modos de vibración que se desea guardar, escogiéndose los 20 primeros al ser los que más repercusión tienen en el comportamiento dinámico del eje.

Una vez realizado el análisis modal, se calcula la función de respuesta en frecuencia obteniendo la respuesta en el disco del lado largo (rodete) para una excitación en el disco del lado corto (polea), ambas en dirección Y. Mediante un procedimiento experimental,<sup>13</sup> se ha simulado esta situación golpeando con un martillo instrumentado el disco “rodete” por su parte superior y midiendo en el disco “polea” mediante un acelerómetro, también colocado en su parte superior. En la figura 1.31 se muestra la comparativa del resultado obtenido en cada caso:



**Figura 1.31:** Resultados de la FRF obtenidos del ensayo en laboratorio (izquierda) y de la simulación en Frequencyzer (derecha).

Los resultados de la simulación indican que existen dos frecuencias de resonancia en el intervalo estudiado, que se ubican en los valores de 24 y 48 Hz. La amplitud en cada uno de estos modos es 381 y 196  $\mu\text{m/N}$ , respectivamente.

Por otra parte, los resultados experimentales indican que existen dos frecuencias de resonancia en el intervalo estudiado, que se ubican en los valores de 29 y 49 Hz. La amplitud en cada uno de estos modos es 263 y 134  $\mu\text{m/N}$ , respectivamente.

Así, la forma de la FRF en ambos casos es prácticamente idéntica, existiendo pequeñas variaciones en la amplitud y en la frecuencia natural, principalmente en el primer pico correspondiente a los modos de vibración dos 2 y 3. El alto grado de similitud entre los resultados obtenidos con el programa y el ensayo experimental, junto con los resultados obtenidos en el *Anexo I. Validación del modelo del eje*, sirven de validación de la aplicación desarrollada para analizar dinámicamente este tipo de sistemas.

### 1.10.2. Ejemplo 2: bomba comercial

En este apartado se muestra el análisis dinámico de una bomba comercial, cuyas dimensiones y datos de diseño están detallados en el *Capítulo 2. Planos* y en los *Anexos a la memoria II, III y IV*, respectivamente. Las tablas 1.8, 1.9, 1.10, 1.11 y 1.12 muestran un resumen de los parámetros que se han introducido para la configuración del modelo en Statyzer:

**Tabla 1.8:** Geometría introducida para la simulación de la bomba comercial.

Parámetro	Valor	Unidades
Inicio (tramo 1)	0	mm
Fin (tramo 1)	45,1	mm
Diámetro (tramo 1)	16	mm
Inicio (tramo 2)	45,1	mm
Fin (tramo 2)	78,9	mm
Diámetro (tramo 2)	12	mm
Tamaño elementos	1	mm

**Tabla 1.9:** Propiedades del material introducidas para la simulación de la bomba comercial.

Parámetro	Valor	Unidades
Densidad	7850	kg/m <sup>3</sup>
Módulo elástico	210000	MPa
Coefficiente de Poisson	0,30	-
Módulo elástico transversal	80769	MPa

**Tabla 1.10:** Masas introducidas para la simulación de la bomba comercial.

Masa de la polea			Masa del rodete		
Parámetro	Valor	Unidades	Parámetro	Valor	Unidades
Posición en x	9	mm	Posición en x	73,4	mm
Masa	0,255	kg	Masa	0,156	kg
Inercia en x	$1,077 \cdot 10^3$	kg·mm <sup>2</sup>	Inercia en x	$0,681 \cdot 10^3$	kg·mm <sup>2</sup>
Inercia en y	$0,539 \cdot 10^3$	kg·mm <sup>2</sup>	Inercia en y	$0,340 \cdot 10^3$	kg·mm <sup>2</sup>
Inercia en z	$0,539 \cdot 10^3$	kg·mm <sup>2</sup>	Inercia en z	$0,340 \cdot 10^3$	kg·mm <sup>2</sup>

**Tabla 1.11:** Cojinetes introducidos para la simulación de la bomba comercial.

Rodamiento de rodillos		
Parámetro	Valor	Unidades
Posición en x	23,45	mm
Longitud efectiva	9,8	mm
Número de elementos	11	-
Ángulo de contacto	0	°

Grados de libertad restringidos					
x	Restringido	y	Restringido	z	Restringido
Ox	No restringido	Oy	No restringido	Oz	No restringido

Rodamiento de bolas		
Parámetro	Valor	Unidades
Posición en x	38,2	mm
Diámetro de las bolas	6,35	mm
Número de elementos	6	-
Ángulo de contacto	0	°

Grados de libertad restringidos					
x	Restringido	y	Restringido	z	Restringido
Ox	No restringido	Oy	No restringido	Oz	No restringido

Sello mecánico		
Parámetro	Valor	Unidades
Posición en x	56,15	mm
Diámetro de la sección	1,7	mm
Diámetro de la espira	25	mm
Mód. elast. transversal	75000	MPa
Espiras activas	3	-

Grados de libertad restringidos					
x	Restringido	y	No restringido	z	No restringido
Ox	No restringido	Oy	No restringido	Oz	No restringido



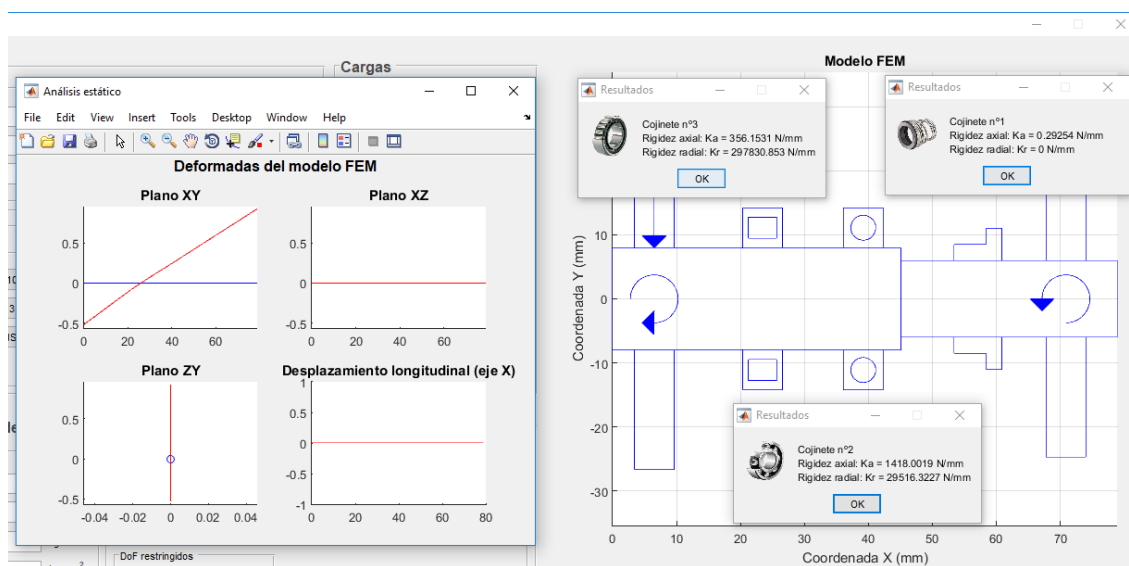
**Tabla 1.12:** Cargas introducidas para la simulación de la bomba comercial.

Reacción de la correa			Par transmitido		
Parámetro	Valor	Unidades	Parámetro	Valor	Unidades
Posición en x	9,0	mm	Posición en x	9,0	mm
Dirección	y	-	Dirección	Ox	-
Fuerza	-63,6	N	Momento	-3180,0	N·mm

Par resistente		
Parámetro	Valor	Unidades
Posición en x	73,4	mm
Dirección	Ox	-
Momento	3180,0	N·mm

Nuevamente, una vez definida toda la información en el programa, se procede con la resolución del problema estático mostrada en la figura 1.32. Para efectuar el posterior análisis dinámico sin tener que introducir de nuevo el modelo, se marca la casilla “Guardar el modelo y los resultados” y se escoge el directorio correspondiente.



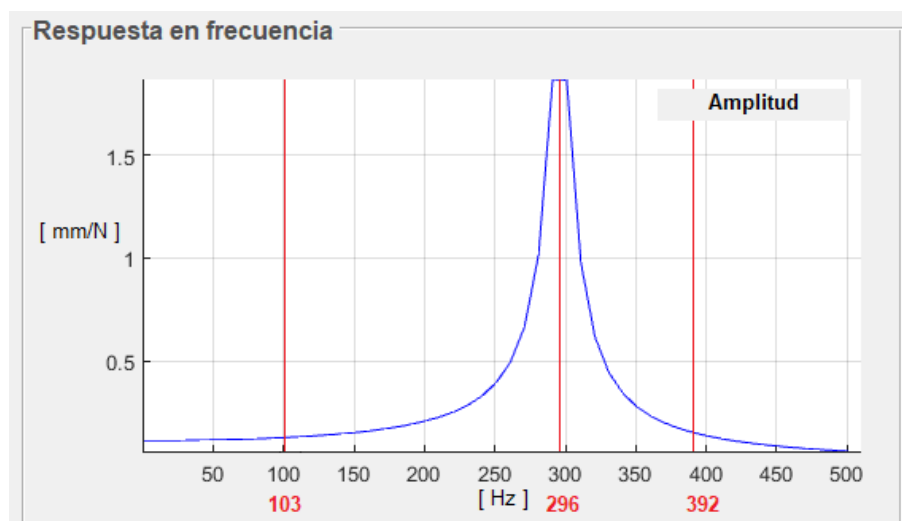
**Figura 1.32:** Resultados del análisis estático de la bomba comercial.

A continuación, se inicia la herramienta Dynamyzer y se importa el archivo que se ha generado en Statyzer. Se puede observar que se ha cargado el modelo anterior y que solo falta por determinar el número de modos de vibración que se desea calcular, escogiéndose los 20 primeros al ser los que más repercusión tienen en el comportamiento dinámico del eje.

Un sistema mecánico como el analizado tiene un elevado número de modos de vibración por la gran cantidad de grados de libertad que lo definen. Sin embargo, en la práctica, no todos los modos son igual de importantes, ya que unos aparecen a frecuencias naturales más fáciles de alcanzar que otras, haciendo que algunos no lleguen a producirse nunca a lo largo de la vida útil del sistema.

Para sintetizar el análisis de los resultados obtenidos, se van a mostrar en la memoria las FRF cuya amplitud supere los  $10^{-3} \text{ mm/N}$  para cada excitación, considerándose despreciable la respuesta de aquellas en que no se alcance dicho valor. El conjunto completo de los resultados vienen recogidos en el *Anexo a la memoria V. Resultados del modelo de ejemplo*.

Así pues, en el primer caso se ha supuesto una excitación de la polea en dirección longitudinal al eje que lo somete a tracción y a compresión alternativamente, afectando exclusivamente al desplazamiento axial en el sello:

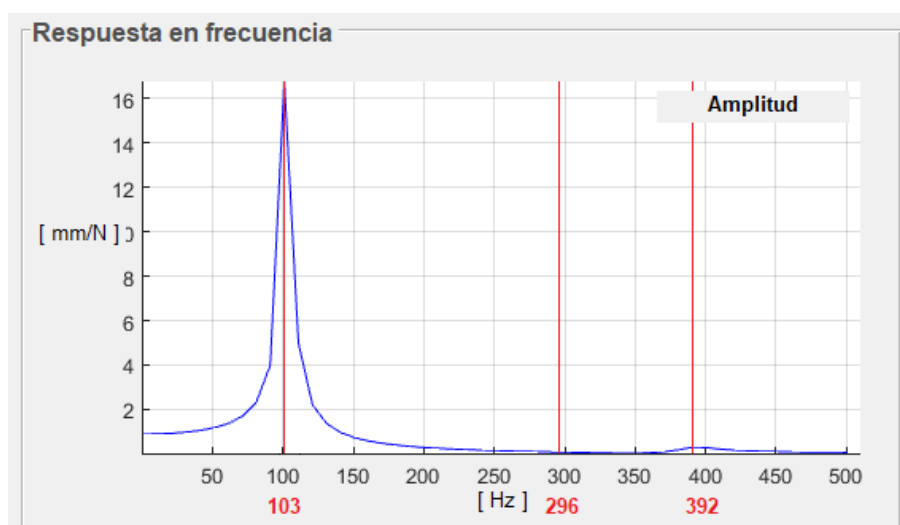


**Figura 1.33:** Respuesta en X del sello ante una excitación en X de la polea.

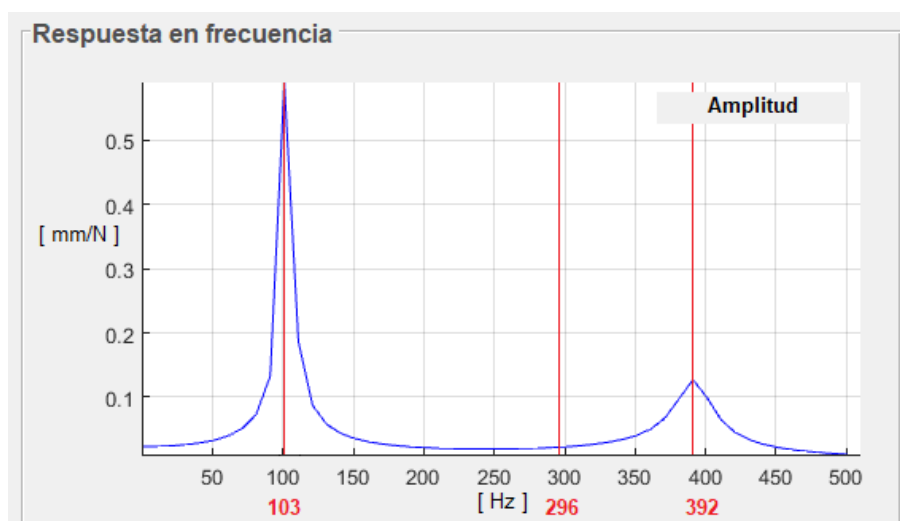
Como se observa en la figura 1.33, la función únicamente muestra un pico a la frecuencia de 296 Hz, correspondiente con el tercer modo de vibración (para ver los modos de vibración consultar el *Anexo V*). Las velocidades angulares de funcionamiento de una bomba varían en función del fabricante, pero suelen oscilar entre 1800 y 4200 rpm que

equivalen a 30 y 70 Hz, respectivamente. Por tanto, es poco probable que aparezca el tercer modo de vibración en la práctica al alejarse tanto del rango de funcionamiento habitual de las bombas.

En el caso de aplicar una excitación en la polea en dirección Y, hay una gran influencia en la respuesta del sello en esa misma dirección y, en menor medida, en el momento perpendicular al plano OZ que forma con el eje, que es el que genera flexión en dicho eje (ver figuras 1.34 y 1.35):



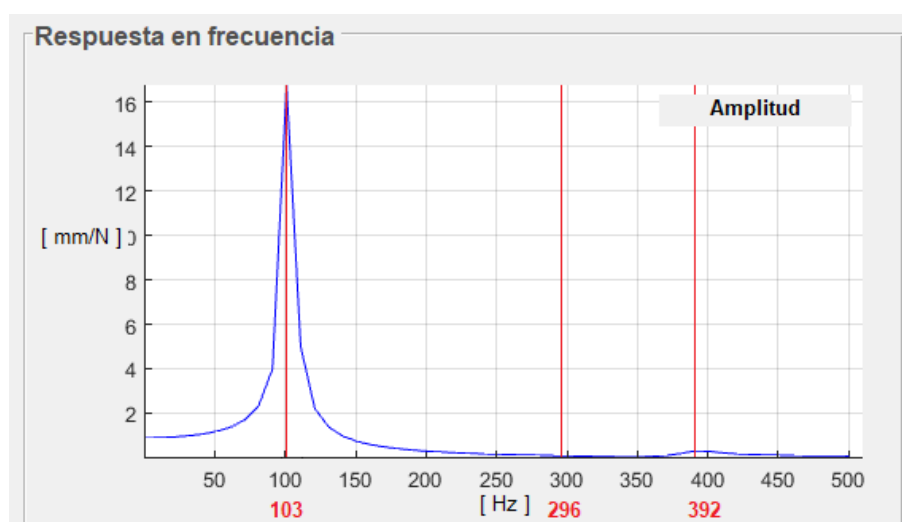
**Figura 1.34:** Respuesta en Y del sello ante una excitación en Y de la polea.



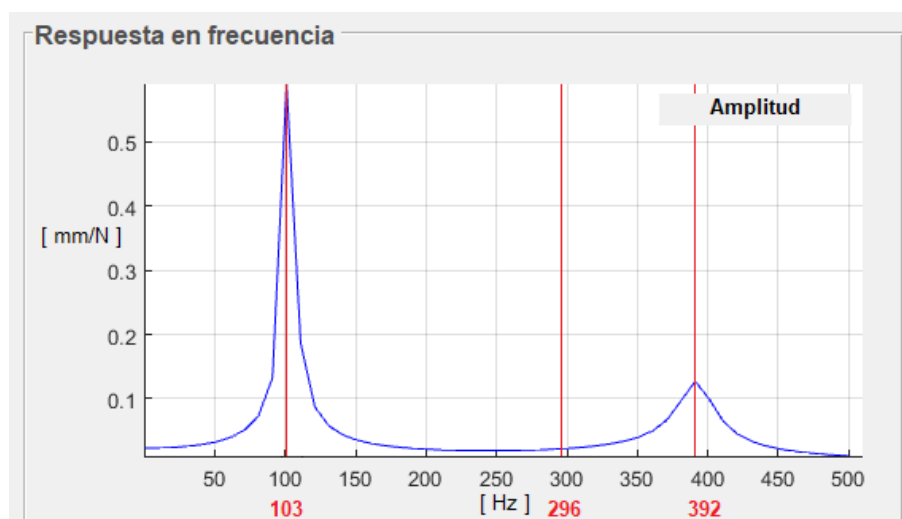
**Figura 1.35:** Respuesta en OZ del sello ante una excitación en Y de la polea.

El modo que se excita en esta ocasión principalmente es el primero (103 Hz), aunque también llega a aparecer el cuarto para una frecuencia más elevada (392 Hz). En la práctica, es posible que el eje se deforme de acuerdo al primer modo de vibración, ya que aparece a una frecuencia que no está excesivamente alejada de su rango de funcionamiento.

La excitación de la polea en dirección Z presenta un análisis idéntico al realizado para la excitación en dirección Y. En este caso, las respuestas en el sello más significativas se obtienen para la dirección Z y para el momento perpendicular al plano OY que forma con el eje (ver figuras 1.36 y 1.37):



**Figura 1.36:** Respuesta en Z del sello ante una excitación en Z de la polea.

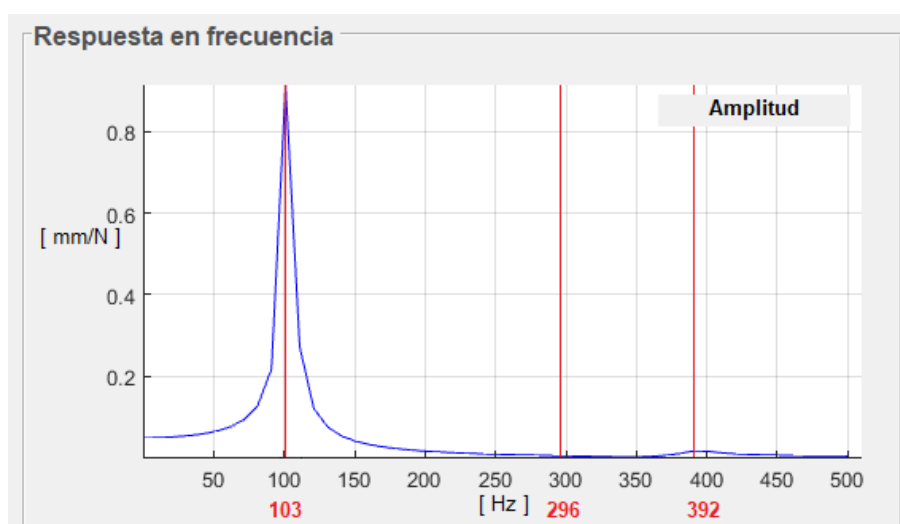


**Figura 1.37:** Respuesta en OY del sello ante una excitación en Z de la polea.

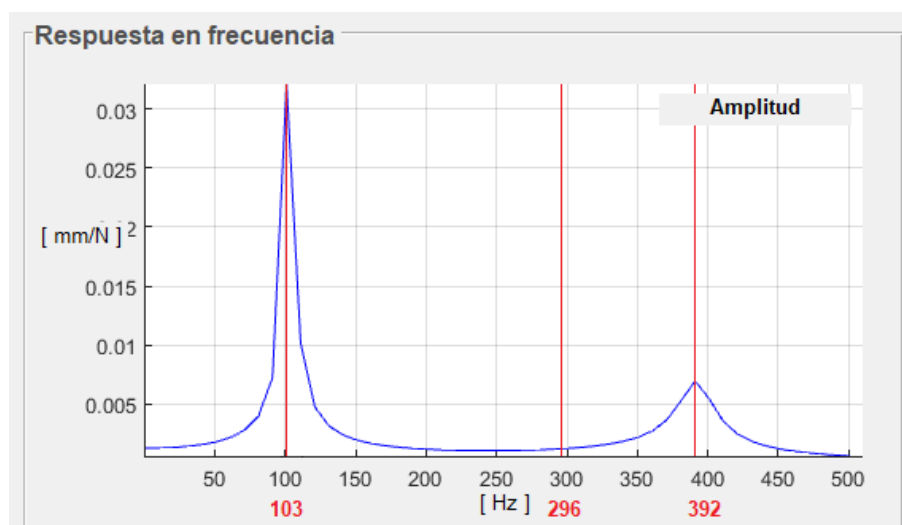
Nuevamente, son los modos que aparecen a 103 y 392 Hz los que se excitan, correspondientes esta vez al segundo y al quinto modo, que presentan una deformada especular del primero y del cuarto, respectivamente. De igual forma, es posible que el eje se deforme de acuerdo al segundo modo de vibración, ya que aparece a una frecuencia que no está excesivamente alejada del rango de funcionamiento de la bomba.

Una excitación torsional en la polea (dirección OX) no genera ningún modo de vibración apreciable en ninguna dirección del sello, algo esperable al tratarse de un eje que no dispone de elementos que le impiden girar de alguna manera.

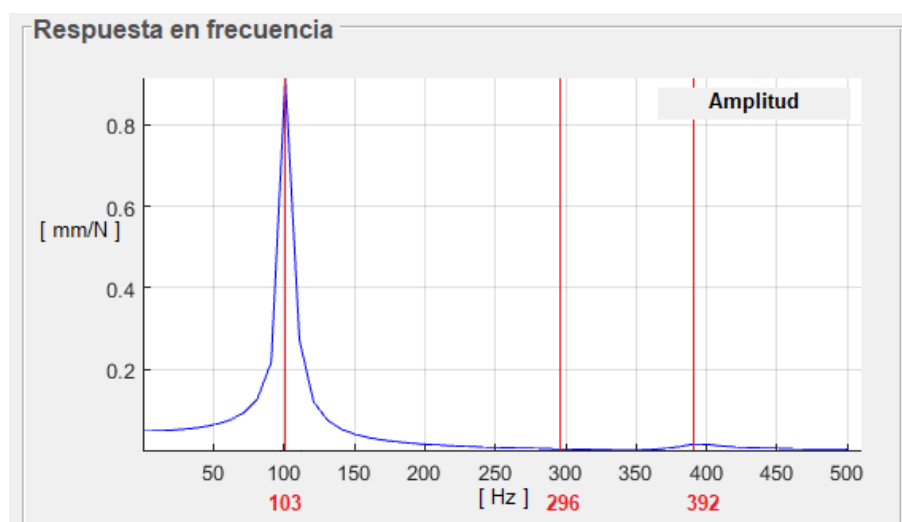
En el caso de aplicar una excitación en la polea en dirección OY o en dirección OZ (momentos flectores), se activan los mismos modos de vibración que para los casos de excitación en Y y en Z, ya que presentan la misma relación (ver figuras 1.38, 1.39, 1.40 y 1.41):



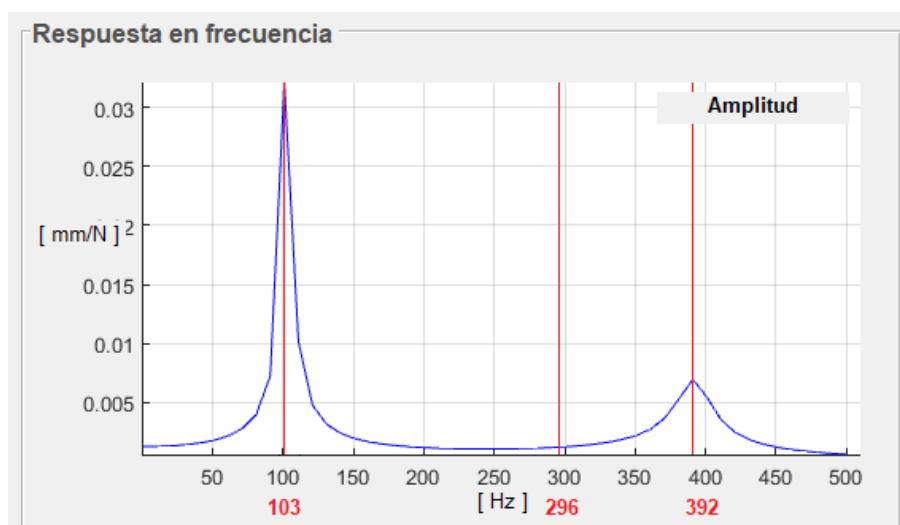
**Figura 1.38:** Respuesta en Z del sello ante una excitación en OY de la polea.



**Figura 1.39:** Respuesta en OY del sello ante una excitación en OY de la polea.



**Figura 1.40:** Respuesta en Y del sello ante una excitación en OZ de la polea.



**Figura 1.41:** Respuesta en OZ del sello ante una excitación en OZ de la polea.

Una vez más, son el primer y el segundo modo los que tienen más probabilidad de aparecer en la práctica, pues su frecuencia natural de 103 Hz no está demasiado alejada del rango de funcionamiento de la bomba.

## 1.11. Resumen del presupuesto

Con motivo de facilitar la información referente al coste total de la implantación del proyecto, la tabla 1.13 muestra a continuación una síntesis de los costes de la inversión total que supone:

**Tabla 1.13:** Resumen del presupuesto total del proyecto

Concepto	Importe
Desarrollo de la herramienta informática y análisis dinámico	5.400,00 €
Supervisión y dirección del proyecto	576,00 €
Aprobación de resultados y codirección	160,00 €
Explotación del entorno de programación	714,83 €
Arrendamiento del lugar de trabajo	60,00 €
<b>Presupuesto de ejecución material (PEM)</b>	<b>6.910,83 €</b>
Gastos generales y cargas fiscales	1.382,17 €
Beneficio industrial	- €
<b>Presupuesto de ejecución por contrata (PEC)</b>	<b>8.293,00 €</b>
Proyecto y dirección de obras	- €
<b>Presupuesto total</b>	<b>8.293,00 €</b>
Impuesto sobre el valor añadido (IVA)	1.741,53 €
<b>Presupuesto total + IVA</b>	<b>10.034,53 €</b>



## 1.12. Estudio de viabilidad

La finalidad del estudio de viabilidad es la de establecer la rentabilidad del proyecto, justificando desde un punto de vista técnico-económico su implantación. Por norma general, se especifica que el periodo de retorno de un proyecto de estas características no debe exceder los dos años, de manera que debe rentabilizarse antes de que transcurra ese tiempo.

Aunque hay numerosas variables que intervienen en este tipo de análisis, únicamente se recogerán en este apartado las que tienen un impacto directo en el proyecto, como son el coste de ejecución de los ensayos y el coste de inversión.

### 1.12.1. Costes del ensayo experimental de bombas

Una manera de analizar el comportamiento de las bombas es someterla a unas condiciones de trabajo similares a las de su funcionamiento normal hasta que falla tras un número determinado de ciclos. En cada uno de estos ensayos se suelen generar, por norma general, los siguientes costes:

<b>1) Coste de la energía</b>	<b>130,00 €</b>
1a) Motor principal	130,00 €
5 kW x 200 horas x 0,13 €/kWh	130,00 €
<b>2) Coste de consumibles</b>	<b>1.950,00 €</b>
2a) Bombas desechadas	1.950,00 €
30 bombas x 65 €/bomba	1.950,00 €
<b>3) Coste de la mano de obra</b>	<b>438,00 €</b>
3a) Técnico de montaje	288,00 €
16 horas x 18,00 €/hora	288,00 €
3b) Ingeniero del departamento de fiabilidad	150,00 €
6 horas x 25,00 €/hora	150,00 €

### 1.12.2. Costes de la simulación de bombas

Otra manera de analizar el comportamiento de las bombas es empleando una herramienta informática que permita simular sus condiciones reales de trabajo sin necesidad de invertir más recursos materiales que los correspondientes al uso de la unidad de cálculo con la cual se realiza. En tal caso, los costes de cada análisis quedarían reducidos a:

**1) Coste de la energía ..... 0,10 €**

1a) Unidad de cálculo (PC) ..... 0,10 €

*0,1 kW x 8 horas x 0,13 €/kWh ..... 0,10 €*

**2) Coste de la mano de obra ..... 200,00 €**

2a) Ingeniero del departamento de fiabilidad ..... 200,00 €

*8 horas x 25 €/hora ..... 200,00 €*

### 1.12.3. Comparativa de los costes

Los beneficios de optar por un método de ensayo u otro, residen en la cantidad de dinero que ahorras cada año en concepto de mano de obra, energía y consumibles, y tienen una interpretación similar al conocido flujo de caja o *cash flow*. Para calcularlo, basta con determinar la diferencia de costes entre ambos:

**1) Diferencia total entre costes ..... 2.317,90 €**

1a) Diferencia en el coste de la energía ..... 129,90 €

*130,00 € experimental - 0,10 € simulación ..... 129,90 €*

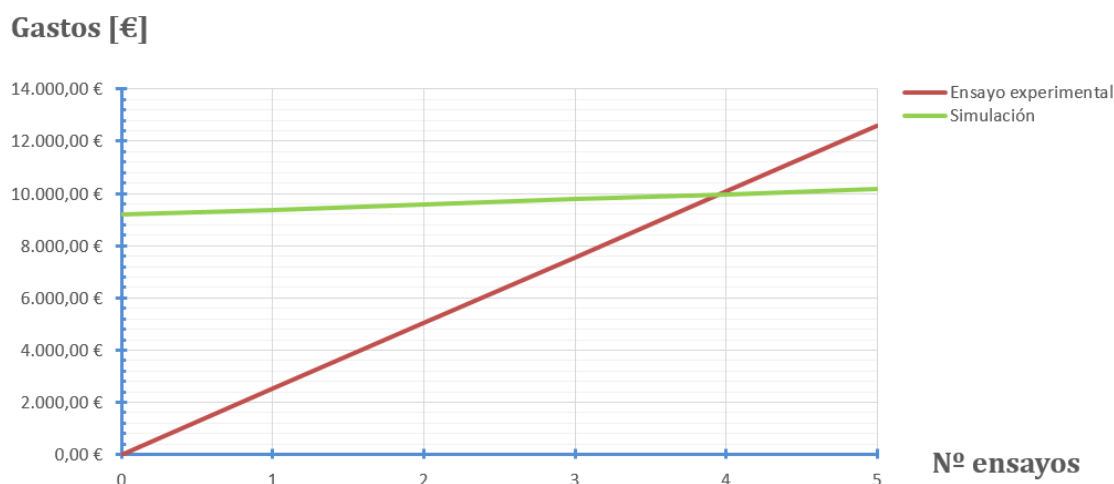
1b) Diferencia en el coste de consumibles ..... 1.950,00 €

*1.950,00 € experimental - 0,00 € simulación ..... 1.950,00 €*

1c) Diferencia en el coste de la mano de obra ..... 238,00 €

*438,00 € experimental - 200,00 € simulación ..... 238,00 €*

Una diferencia entre costes positiva indica, en este caso, que resultan más económicos los gastos derivados de realizar una simulación que los derivados de un ensayo de bombas experimental. La evolución de la inversión se puede observar en la figura 1.42:



**Figura 1.42:** Evolución de la inversión con respecto al número de ensayos.

### 1.12.4. Viabilidad económica

Para comenzar con el estudio de la viabilidad económica, se recogen en la tabla 1.14 todos los parámetros que intervendrán en él:

**Tabla 1.14:** Contextualización financiera del estudio de viabilidad económica.

Abreviatura	Descripción	Valor	Unidades
$I_0$	Inversión inicial del proyecto	9.178,09	€
$FC'$	Flujo de caja por ensayo	2.317,90	€/ensayo
$FC$	Flujo de caja anual	6.953,70	€/año
$i_r$	Interés real (TAE + IPC)	0,10	-
$T$	Horizonte temporal del estudio	2	año

#### Valor actual neto (VAN)

El valor actual neto es un valor que permite conocer cuánto se va ganar o perder, con determinada inversión, en un número concreto de años y para unas ganancias estimadas en ese tiempo. Suele recibir, de forma simplificada, el nombre de VAN, y viene dado por la siguiente expresión:

$$VAN = -I_0 + \sum_{t=1}^T \frac{FC}{(1 + i_r)^t} \quad (1.52)$$

Así pues, sustituyendo los valores definidos en la contextualización financiera, se obtienen los resultados mostrados en la tabla 1.15:

**Tabla 1.15:** Cálculo del flujo de caja total referenciado al primer año.

Flujo de caja (€)	Interés real (%)	Año	Valor actual (€)
6.953,70	10	2020	6.953,70
6.953,70	10	2021	6.321,54
<b>Total</b>			<b>13.275,25 €</b>

$$VAN = -I_0 + \sum_{t=1}^T \frac{FC}{(1 + i_r)^t} = -9178,09 + 13275,25 = 4097,16 \text{ €}$$

El valor de 4.097,16 € resultante en el cálculo del VAN indica que, en el periodo de 2 años establecido y para un flujo de caja anual constante de 6.953,70 € a un interés del 10 %, el proyecto resultaría económicamente viable al haber amortizado, en ese tiempo, el coste de la inversión inicial.

### Tasa interna de retorno (TIR)

La tasa interna de retorno es un valor adimensional, estrechamente relacionado con el valor actual neto, que determina cuál es la tasa de descuento que hace que el VAN del proyecto sea igual a cero. Suele expresarse en porcentaje y, en la práctica, puede entenderse como la tasa de interés máxima a la que es posible endeudarse para financiar el proyecto sin que llegue a generar pérdidas.

Desde un punto de vista analítico, el TIR puede definirse tal y como muestra la siguiente expresión:

$$TIR = i_r \big|_{VAN=0} \quad (1.53)$$

Como despejar  $i_r$  de la expresión es una tarea complicada, se resuelve la expresión de manera iterativa, variando el valor del interés real hasta que el resultado del VAN se anula.

$$TIR = i_r \mid_{VAN=0} \rightarrow i_r = 2,126 \rightarrow TIR = 212,6 \%$$

En este caso, el VAN recibe un valor nulo cuando la tasa de interés real es del 212,6 % (2,126), por tanto, una tasa de interés superior haría que no se obtuvieran beneficios bajo esas mismas condiciones financieras.

### Periodo de retorno (PR)

El periodo de retorno (Payback en inglés) es una magnitud temporal que permite medir el plazo de tiempo que se requiere para que los flujos netos de efectivo de un proyecto recuperen su coste o inversión inicial, y viene dado por

$$PR = \frac{I_0}{FC} \quad (1.54)$$

De esta manera, basta con sustituir los valores ya obtenidos de la inversión inicial y del beneficio promedio anual (que no requiere de cálculo al ser el beneficio anual constante), de forma que

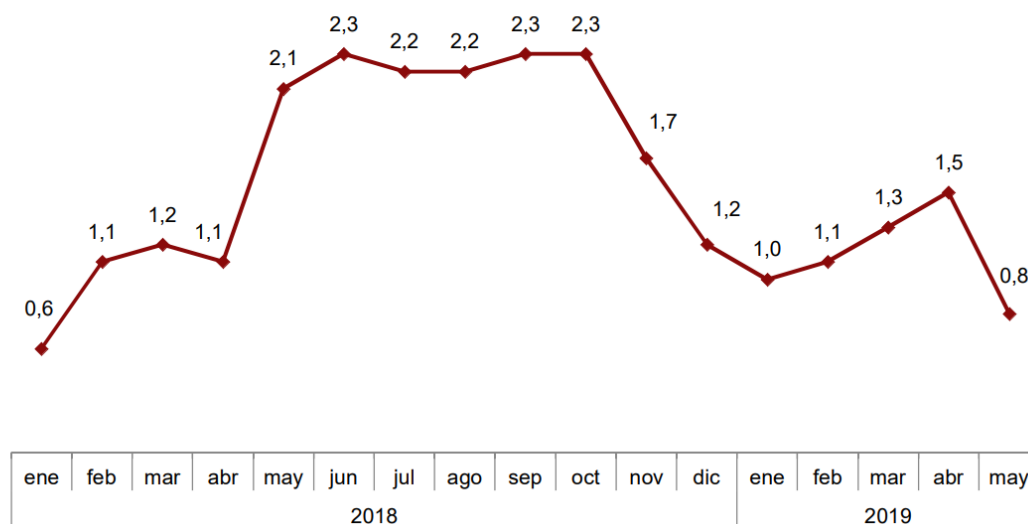
$$PR = \frac{I_0}{FC} = \frac{9178,09}{6953,70} = 1,319 \rightarrow 1 \text{ año y 4 meses}$$

### Análisis de resultados

El valor actual neto, a partir del segundo año, comienza a tomar ya valores positivos, lo que cual demuestra que la inversión de más realizada en el rediseño queda amortizada en ese tiempo a causa de los beneficios generados a partir del ahorro en los costes de ejecución.

Por lo que respecta a la tasa interna de retorno, recibe un valor de interés aproximado del 213 %, es decir, para que el proyecto no saliera rentable ante la misma contextualización financiera, debería de haber un incremento del interés real superior al porcentaje indicado. Como el interés real depende de la inflación y de los intereses activos que ofertan las entidades de crédito, la acción combinada de ambos no debe nunca superar el valor de interés indicado por la TIR.

Por tanto, a modo de justificación, se muestran en las figuras 1.43 y 1.44 los valores actuales del IPC (interés que cuantifica la inflación) y de los tipos de interés activos aplicados por las entidades de crédito, respectivamente, que son lo suficientemente reducidos como para dar por seguro el valor de 213 % de TIR.



**Figura 1.43:** Evolución de los últimos valores de IPC.<sup>14</sup>

Finalmente, en cuanto al periodo de retorno, resulta de 1 año y 4 meses, de manera que puede ser considerado como aceptable al cumplir con el plazo de rentabilidad general inferior a 2 años.

En conclusión, una vez realizado el cálculo de los principales indicadores de la rentabilidad con su correspondiente justificación se puede afirmar, en base a los valores obtenidos mostrados en la tabla 1.16, que la aplicación del proyecto resulta viable desde el punto de vista económico.

**Tabla 1.16:** Resumen de los indicadores del estudio de viabilidad económica.

Valor actual neto (VAN)	4097 €
Tasa interna de retorno (TIR)	213 %
Periodo de retorno (PR)	1 año y 4 meses

Tipos de interés activos aplicados por las entidades de crédito y establecimientos financieros de crédito en 2018 (Los plazos van referidos al periodo inicial de fijación del tipo)														
Mes	Crédito al consumo						Otros fines		Crédito a la vivienda					
	Tarjetas de crédito		Créditos				Operaciones a plazo superior a 5 años		Operaciones a plazo hasta 1 año		Operaciones a plazo de más de 10 años		T.A.E. (tasa media ponderada de todos los plazos)	
			Operaciones a plazo entre 1 y 5 años		T.A.E. (tasa media ponderada de todos los plazos)									
	España	Zona €	España	Zona €	España	Zona €	España	Zona €	España	Zona €	España	Zona €	España	Zona €
Ene	20,91	16,92	8,52	4,98	8,71	6,28	4,17	2,20	1,56	1,67	2,33	1,90	2,18	2,14
Feb	20,78	16,88	8,41	4,91	8,44	6,19	4,65	2,30	1,63	1,64	2,34	1,91	2,21	2,14
Mar	20,78	16,89	8,30	4,81	8,65	6,05	4,32	2,36	1,62	1,63	2,31	1,91	2,26	2,14
Abr	20,73	16,87	8,28	4,85	9,02	6,15	4,54	2,33	1,67	1,63	2,43	1,90	2,21	2,13
May	20,78	16,89	8,15	5,09	8,93	6,39	4,56	2,36	1,54	1,58	2,29	1,90	2,18	2,13
Jun	20,62	16,84	7,81	4,86	8,42	6,10	4,45	2,36	1,53	1,60	2,26	1,88	2,17	2,12
Jul	20,59	16,80	8,14	5,00	8,68	6,22	4,31	2,29	1,51	1,63	2,25	1,85	2,13	2,12
Ago	20,53	16,78	8,24	5,19	9,00	6,41	4,48	2,24	1,63	1,63	2,28	1,85	2,28	2,12
Sep	20,20	16,71	8,15	5,02	8,68	6,27	4,10	2,32	1,57	1,60	2,26	1,85	2,21	2,09
Oct	20,21	16,73	8,19	5,04	8,77	6,23	4,48	2,36	1,60	1,60	2,27	1,86	2,25	2,09
Nov	19,68	16,54	7,77	4,99	8,07	6,18	4,57	2,38	1,64	1,61	2,32	1,88	2,28	2,11
Dic	19,67	16,55	7,98	4,89	8,29	5,98	4,23	2,18	1,67	1,61	2,35	1,84	2,24	2,10

Tipos de interés activos aplicados por las entidades de crédito y establecimientos financieros de crédito en 2019 (Los plazos van referidos al periodo inicial de fijación del tipo)														
Mes	Crédito al consumo						Otros fines		Crédito a la vivienda					
	Tarjetas de crédito		Créditos				Operaciones a plazo superior a 5 años		Operaciones a plazo hasta 1 año		Operaciones a plazo de más de 10 años		T.A.E. (tasa media ponderada de todos los plazos)	
			Operaciones a plazo entre 1 y 5 años		T.A.E. (tasa media ponderada de todos los plazos)									
	España	Zona €	España	Zona €	España	Zona €	España	Zona €	España	Zona €	España	Zona €	España	Zona €
Ene	19,95	16,63	8,15	5,10	8,71	6,34	4,59	2,25	1,67	1,61	2,42	1,86	2,34	2,09
Feb	19,88	16,61	8,10	5,00	8,62	6,28	4,87	2,35	1,68	1,59	2,46	1,84	2,38	2,09
Mar	19,92	16,65	8,03	4,90	8,56	6,18	4,66	2,31	1,75	1,60	2,44	1,81	2,39	2,06
Abr	19,89	16,66	8,06	5,01	8,38	6,19	4,54	2,19	1,74	1,60	2,43	1,77	2,39	2,02

**Figura 1.44:** Evolución de los últimos valores de interés activo.<sup>15</sup>

### 1.12.5. Viabilidad técnica

Desde un punto de vista técnico, el método de estudio por simulación ofrece, con respecto al método de ensayo experimental, las siguiente ventajas:

- Reducción de la duración de cada estudio.
- Posibilidad de efectuar análisis con un tamaño muestral mucho mayor.
- Aplicable en cualquiera de las fases de producción.
- Eliminación de los residuos generados debido a los elementos no reciclables.
- Disminución significativa de los riesgos relativos al correspondiente puesto de trabajo.

## 1.13. Conclusiones

En este trabajo se ha desarrollado un método numérico para el análisis estático y modal de ejes de bombas.

Se ha desarrollado una aplicación informática para la aplicación de este método. Además, dicho método se ha validado comparándolo con resultados experimentales y con los resultados obtenidos de otros modelos numéricos existentes.

No obstante, hay que tener en cuenta que los resultados obtenidos son válidos únicamente dentro del marco de suposiciones que se han ido adoptando a lo largo de la memoria. Por tanto, deben tenerse en cuentas las limitaciones del modelo resuelto para dar consistencia a las hipótesis extraídas a partir de su análisis modal:

- La carcasa de la bomba en la que van alojados todos los componentes se ha supuesto un sólido completamente rígido. En la práctica, factores como la suciedad, las tolerancias de fabricación, fallos en el montaje o la propia elasticidad del material hacen que su comportamiento real disponga de una constante de rigidez a considerar si se desea aumentar la precisión de los resultados.
- En el despiece completo de la bomba se dispone de una gran cantidad de componentes con numerosas relaciones de contacto entre ellos que no se han considerado. El ejemplo más claro de ello es el sello mecánico, que se ha analizado como si fuera una única pieza con las propiedades elásticas de un resorte lineal de compresión.
- No se ha incluido la rigidez que aportan los elementos elásticos de transmisión como la correa dentada. Además, aunque en la teoría no se consideren fuerzas de pretensión para este tipo de correas, estos sistemas disponen en la práctica de un tensor que introduce una reacción que no se ha considerado.



## Anexos a la memoria



## **I. Validación teórica del modelo**

En el presente anexo se detalla la metodología empleada para comprobar la validez de los modelos empleados en el cálculo estático y dinámico.

### **I a. Validación del comportamiento estático**

La validación del modelo numérico implementado en la herramienta Statyzer se ha efectuado a partir de la comparación de resultados para casos de carga y restricciones concretos con las expresiones pertenecientes al modelo de Euler-Bernoulli.<sup>16</sup>

Para cada uno de los supuestos, se ha comparado el resultado del desplazamiento o giro de un nodo concreto y, en el caso de los supuestos de flexión, se ha comparado también la derivada de su deformada. Los casos que se estudian recogen las solicitaciones en tres dimensiones más representativas que corresponden con situaciones tensionales de tracción-compresión, torsión y flexión.

Como el modelo de Timoshenko empleado tiene en cuenta los esfuerzos cortantes hace que el comportamiento difiera ligeramente con el comportamiento obtenido a través del modelo de Euler-Bernoulli. Por tanto, se analizará también cada situación suponiendo un valor del módulo de elasticidad transversal infinito, ya que es cuando el modelo de Timoshenko se comporta teóricamente igual que su homónimo de Euler-Bernoulli.

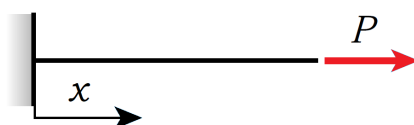
Así pues, para los supuestos que se detallan a continuación, se han asignado los valores mostrados en la tabla 1.17 a cada una de las variables que aparecen (cada variable no tiene porqué aparecer en todos los supuestos). Las unidades de todos los desplazamientos resultantes se muestran en decenas de micras (milímetros multiplicados por un factor de 100) y los giros en radianes. La barra mostrada en todos los casos se considera de sección circular constante.

**Tabla 1.17:** Resumen de variables empleadas en la validación.

Símbolo	Descripción	Valor	Unidades
$L$	Longitud del elemento	120	mm
$d$	Diámetro de la sección	20	mm
$A$	Área de la sección	314,16	mm <sup>2</sup>
$E$	Módulo elástico	210000	MPa
$\nu$	Coefficiente de Poisson	0,3	-
$G$	Módulo elástico transversal	80,77	MPa
$I$	Momento de inercia de la sección	7853,98	mm <sup>4</sup>
$J$	Momento polar de inercia de la sección	15707,96	mm <sup>4</sup>
$q$	Carga distribuida	100	N/mm
$M$	Momento puntual	1000	N·mm
$F$	Fuerza puntual	1000	N

### Tracción-compresión

El elemento se encuentra empotrado por un extremo y libre por el otro, y se le aplica una carga  $P$  longitudinal en su extremo libre, tal y como muestra la figura 1.45:



**Figura 1.45:** Diagrama estático para el caso de tracción pura.

La expresión que describe el desplazamiento longitudinal del sistema según el modelo de Euler-Bernoulli corresponde con:

$$\delta = \frac{Px}{EA} \quad (1.55)$$

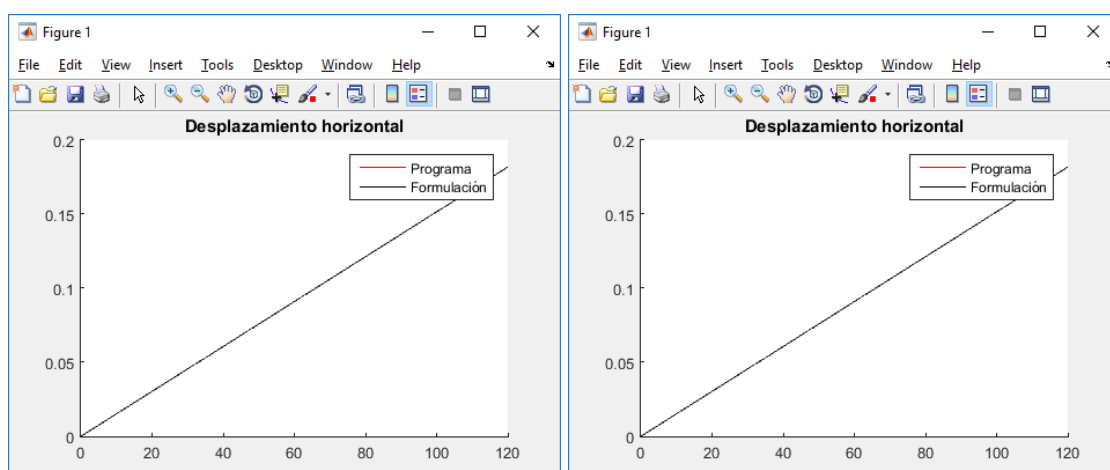
En base a los valores de la tabla 1.17, los resultados obtenidos con estas condiciones de contorno y para este estado de carga se muestran en las figuras 1.46 y 1.47:

-Desplazamiento máximo X: 0.001819	-Desplazamiento máximo X: 0.001819
-Desplazamiento máximo Y: 0.000000	-Desplazamiento máximo Y: 0.000000
-Desplazamiento máximo Z: 0.000000	-Desplazamiento máximo Z: 0.000000
-Rotación máxima X: 0.000000	-Rotación máxima X: 0.000000
-Rotación máxima Y: 0.000000	-Rotación máxima Y: 0.000000
-Rotación máxima Z: 0.000000	-Rotación máxima Z: 0.000000

(a) Para  $G = 80,8 \text{ MPa}$

(b) Para  $G = \infty$

**Figura 1.46:** Desplazamientos del nodo en el extremo libre para el caso de tracción pura.



(a) Para  $G = 80,8 \text{ MPa}$

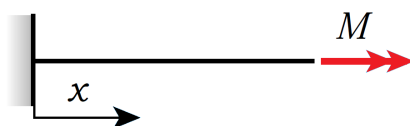
(b) Para  $G = \infty$

**Figura 1.47:** Desplazamiento longitudinal para el caso de tracción pura.

En ambos casos se superponen las rectas de desplazamiento longitudinal y el valor de desplazamiento máximo es el mismo. Al tratarse de tracción pura, no interviene la suposición de los esfuerzos cortantes y no hay diferencia alguna entre los modelos de Euler-Bernoulli y el de Timoshenko.

## Torsión

El elemento se encuentra empotrado por un extremo y libre por el otro, y se le aplica en su extremo libre un momento  $M$  transversal a su sección, tal y como muestra la figura 1.48:



**Figura 1.48:** Diagrama estático para el caso de torsión pura.

La expresión que describe el giro de la sección transversal del elemento según el modelo de Euler-Bernoulli corresponde con:

$$\theta = \frac{Mx}{GJ} \quad (1.56)$$

En base a los valores de la tabla 1.17, los resultados obtenidos con estas condiciones de contorno y para este estado de carga se muestran en las figuras 1.49 y 1.50:

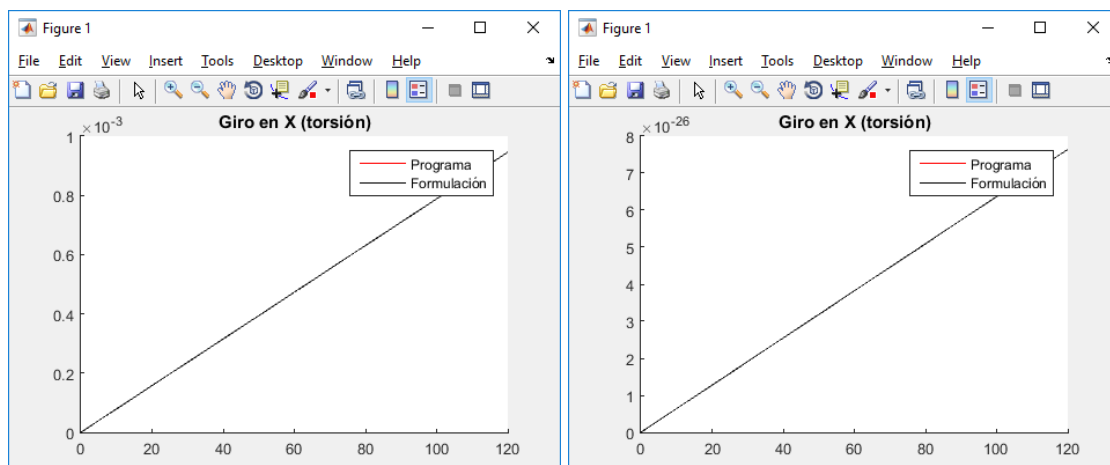
```
-Desplazamiento máximo X: 0.000000
-Desplazamiento máximo Y: 0.000000
-Desplazamiento máximo Z: 0.000000
-Rotación máxima X: 0.000946
-Rotación máxima Y: 0.000000
-Rotación máxima Z: 0.000000
```

(a) Para  $G = 80,8 \text{ MPa}$

```
-Desplazamiento máximo X: 0.000000
-Desplazamiento máximo Y: 0.000000
-Desplazamiento máximo Z: 0.000000
-Rotación máxima X: 0.000000
-Rotación máxima Y: 0.000000
-Rotación máxima Z: 0.000000
```

(b) Para  $G = \infty$

**Figura 1.49:** Desplazamientos del nodo en el extremo libre para el caso de torsión pura.



(a) Para  $G = 80,8 \text{ MPa}$

(b) Para  $G = \infty$

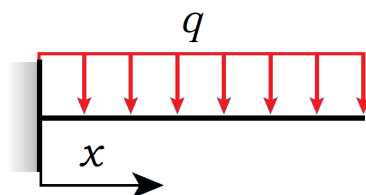
**Figura 1.50:** Giro transversal para el caso de torsión pura.

En ambos casos se superponen las rectas de giro transversal. Nuevamente, no interviene la suposición del cortante y el comportamiento de ambos modelos es idéntico. Aunque para el caso en el que  $G$  es  $\infty$  se muestre una recta, hay que atender su orden de magnitud de  $10^{-26}$  para darse cuenta de que el giro es prácticamente nulo y que la aparición de una recta con pendiente positiva se debe a una aproximación del programa.

## Flexión

Como en el comportamiento a flexión de la barra interviene un mayor número de grados de libertad dependientes unos de otros, se proponen tres supuestos en lugar de uno para consolidar la validación.

a) En primer lugar, se propone un elemento que se encuentra empotrado por un extremo y libre por el otro, y se le aplica una carga distribuida  $q$  en toda su longitud, tal y como muestra la figura 1.51:



**Figura 1.51:** Diagrama estático para el caso de empotramiento con carga distribuida.

La expresión que describe el desplazamiento vertical del sistema y la derivada de su deformada según el modelo de Euler-Bernoulli corresponde con:

$$v = -\frac{qx^2}{24EI}(6L^2 - 4Lx + x^2) \quad (1.57)$$

$$v' = -\frac{qx}{6EI}(3L^2 - 3Lx + x^2) \quad (1.58)$$

En base a los valores de la tabla 1.17, los resultados obtenidos con estas condiciones de contorno y para este estado de carga se muestran en las figuras 1.52, 1.53, 1.54 y 1.55:

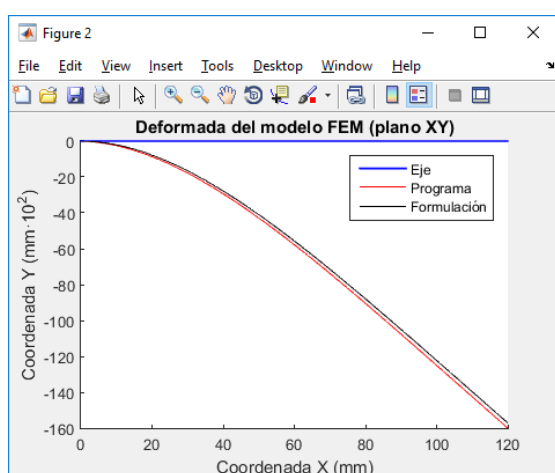
-Desplazamiento máximo X: 0.000000  
-Desplazamiento máximo Y: 1.599953  
-Desplazamiento máximo Z: 0.000000  
-Rotación máxima X: 0.000000  
-Rotación máxima Y: 0.000000  
-Rotación máxima Z: 0.017462

(a) Para  $G = 80,8 \text{ MPa}$

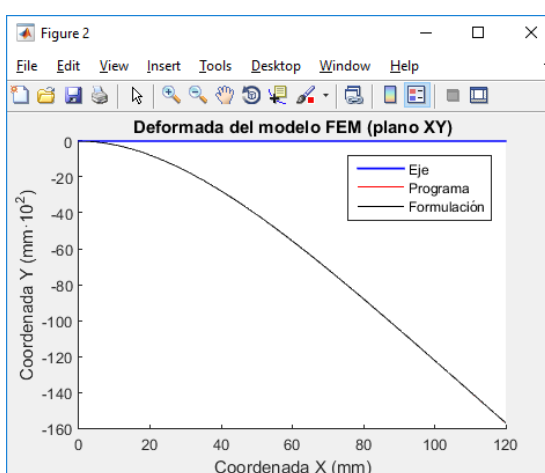
-Desplazamiento máximo X: 0.000000  
-Desplazamiento máximo Y: 1.571578  
-Desplazamiento máximo Z: 0.000000  
-Rotación máxima X: 0.000000  
-Rotación máxima Y: 0.000000  
-Rotación máxima Z: 0.017462

(b) Para  $G = \infty$

**Figura 1.52:** Desplazamientos del nodo en el extremo libre para el caso de empotramiento con carga distribuida.



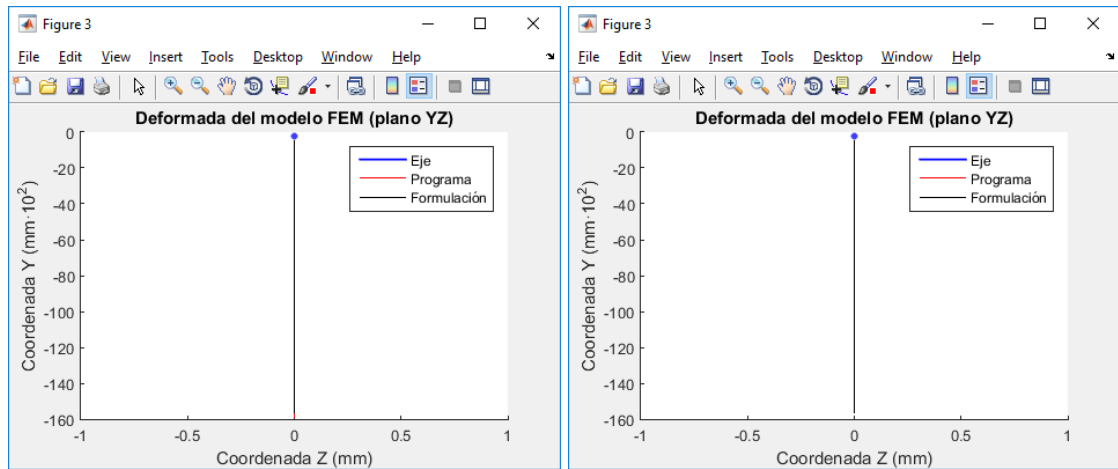
(a) Para  $G = 80,8 \text{ MPa}$



(b) Para  $G = \infty$

**Figura 1.53:** Deformada en el plano XY para el caso de empotramiento con carga distribuida.

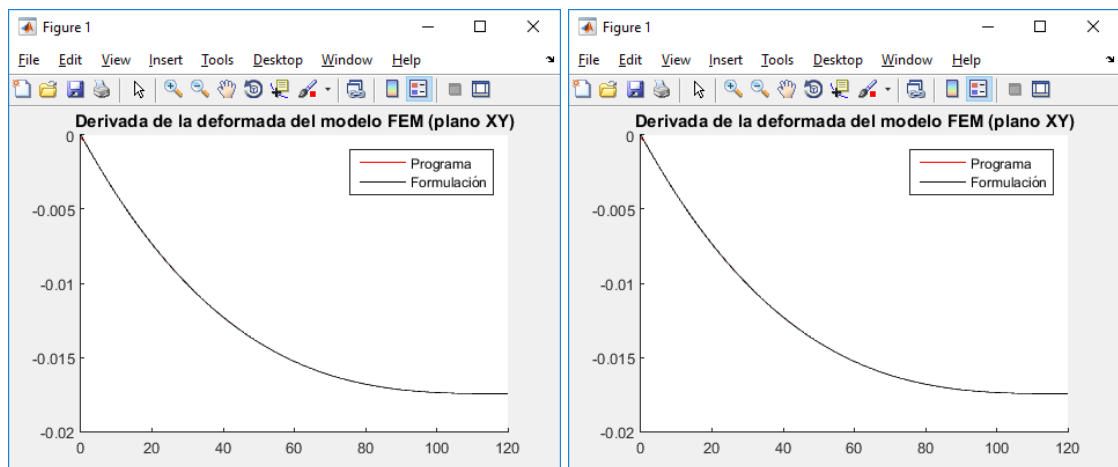




(a) Para  $G = 80,8 \text{ MPa}$

(b) Para  $G = \infty$

**Figura 1.54:** Deformada en el plano YZ para el caso de empotramiento con carga distribuida.



(a) Para  $G = 80,8 \text{ MPa}$

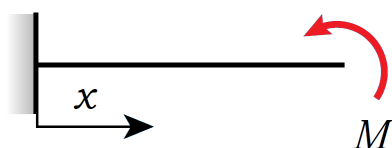
(b) Para  $G = \infty$

**Figura 1.55:** Derivada de la deformada para el caso de empotramiento con carga distribuida.

En este caso, hay una diferencia apreciable entre ambos modelos cuando  $G$  recibe un valor finito debido, tal y como ya se ha dicho, a la suposición del esfuerzo cortante; no obstante, dicha diferencia desaparece cuando  $G = \infty$ . Por este motivo, el valor de desplazamiento vertical máximo difiere ligeramente en ambas situaciones.

En cuanto a la derivada de la deformada, coincide en ambas situaciones, lo cual significa que la forma de sus deformadas es la misma y que la diferencia existente es proporcional. Es por ello que el valor de giro máximo permanece invariante.

b) En segundo lugar, se propone un elemento que se encuentra empotrado por un extremo y libre por el otro, y se le aplica una momento no transversal  $M$  en el extremo libre, tal y como muestra la figura 1.56:



**Figura 1.56:** Diagrama estático para el caso de empotramiento con momento no transversal.

La expresión que describe el desplazamiento vertical del sistema y la derivada de su deformada según el modelo de Euler-Bernoulli corresponde con:

$$v = -\frac{Mx^2}{2EI} \quad (1.59)$$

$$v' = -\frac{Mx}{EI} \quad (1.60)$$

En base a los valores de la tabla 1.17, los resultados obtenidos con estas condiciones de contorno y para este estado de carga se muestran en las figuras 1.57, 1.58, 1.59 y 1.60:

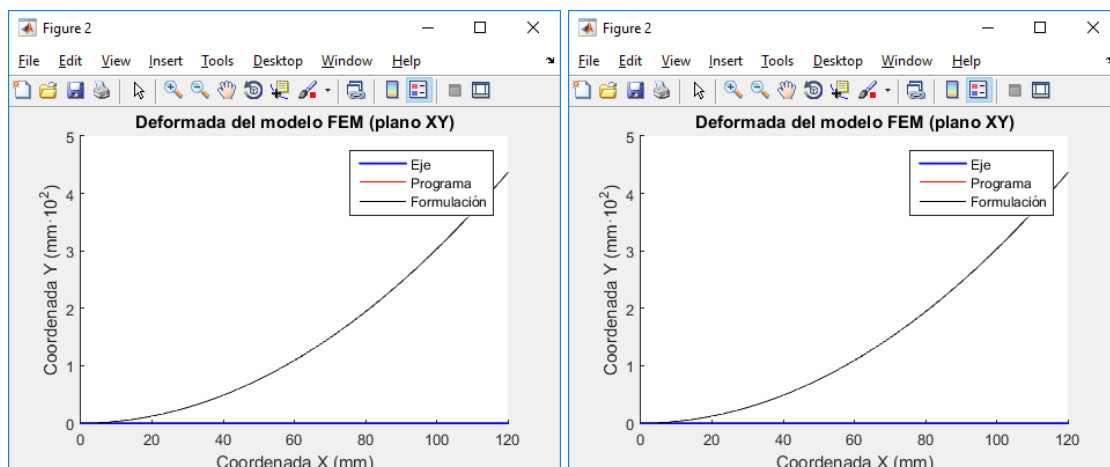
-Desplazamiento máximo X: 0.000000  
-Desplazamiento máximo Y: 0.043654  
-Desplazamiento máximo Z: 0.000000  
-Rotación máxima X: 0.000000  
-Rotación máxima Y: 0.000000  
-Rotación máxima Z: 0.000728

(a) Para  $G = 80,8 \text{ MPa}$

-Desplazamiento máximo X: 0.000000  
-Desplazamiento máximo Y: 0.043654  
-Desplazamiento máximo Z: 0.000000  
-Rotación máxima X: 0.000000  
-Rotación máxima Y: 0.000000  
-Rotación máxima Z: 0.000728

(b) Para  $G = \infty$

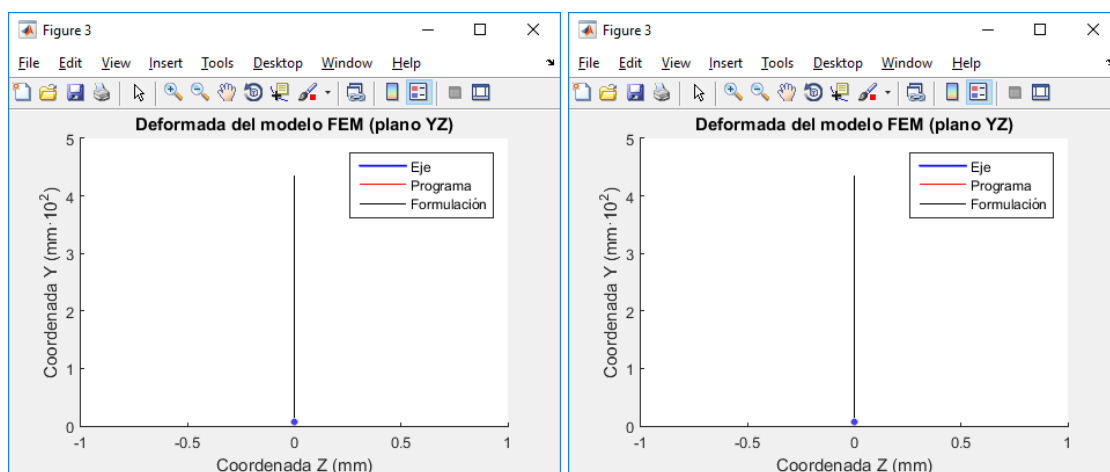
**Figura 1.57:** Desplazamientos del nodo en el extremo libre para el caso de empotramiento con momento no transversal.



(a) Para  $G = 80,8 \text{ MPa}$

(b) Para  $G = \infty$

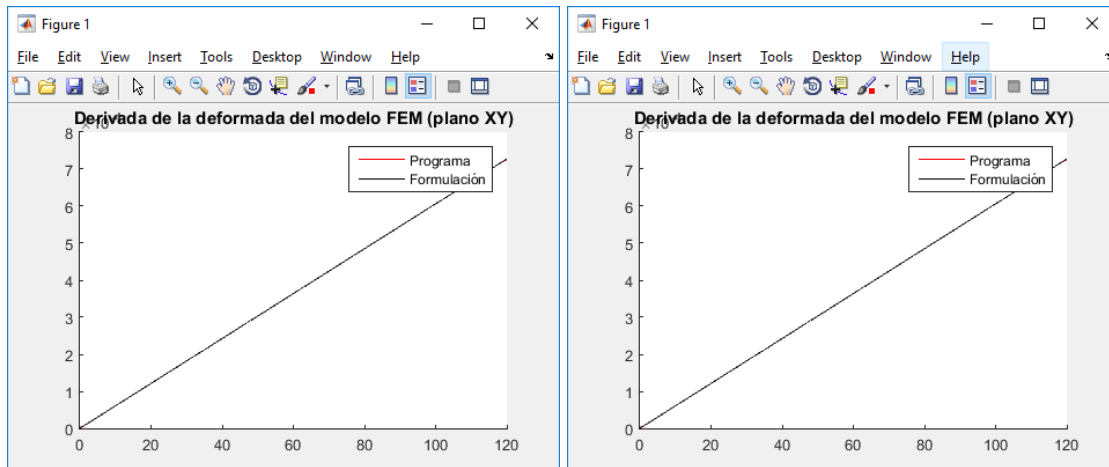
**Figura 1.58:** Deformada en el plano XY para el caso de empotramiento con momento no transversal.



(a) Para  $G = 80,8 \text{ MPa}$

(b) Para  $G = \infty$

**Figura 1.59:** Deformada en el plano YZ para el caso de empotramiento con momento no transversal.



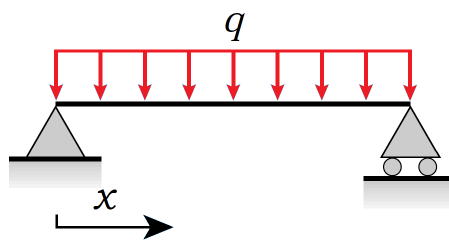
(a) Para  $G = 80,8 \text{ MPa}$

(b) Para  $G = \infty$

**Figura 1.60:** Derivada de la deformada para el caso de empotramiento con momento no transversal.

En este caso, se superponen tanto las rectas de la deformada como las derivadas para ambos valores de  $G$ , ya que no hay ninguna carga que introduzca esfuerzos cortantes. Por este motivo, coinciden los valores de desplazamiento vertical máximo y de rotación máxima.

c) En tercer lugar, se propone un elemento que se encuentra biapoyado, con un apoyo fijo en un extremo y un apoyo deslizable en el otro, y se le aplica una carga distribuida  $q$  en toda su longitud, tal y como muestra la figura 1.61:



**Figura 1.61:** Diagrama estático para el caso de biapoyo con carga distribuida.

La expresión que describe el desplazamiento vertical del sistema y la derivada de su deformada según el modelo de Euler-Bernoulli corresponde con:

$$v = -\frac{qx}{24EI}(6L^3 - 2Lx^2 + x^3) \quad (1.61)$$

$$v' = -\frac{q}{24EI}(L^3 - 6Lx^2 + 4x^3) \quad (1.62)$$

En base a los valores de la tabla 1.17, los resultados obtenidos con estas condiciones de contorno y para este estado de carga se muestran en las figuras 1.62, 1.63, 1.64 y 1.65:

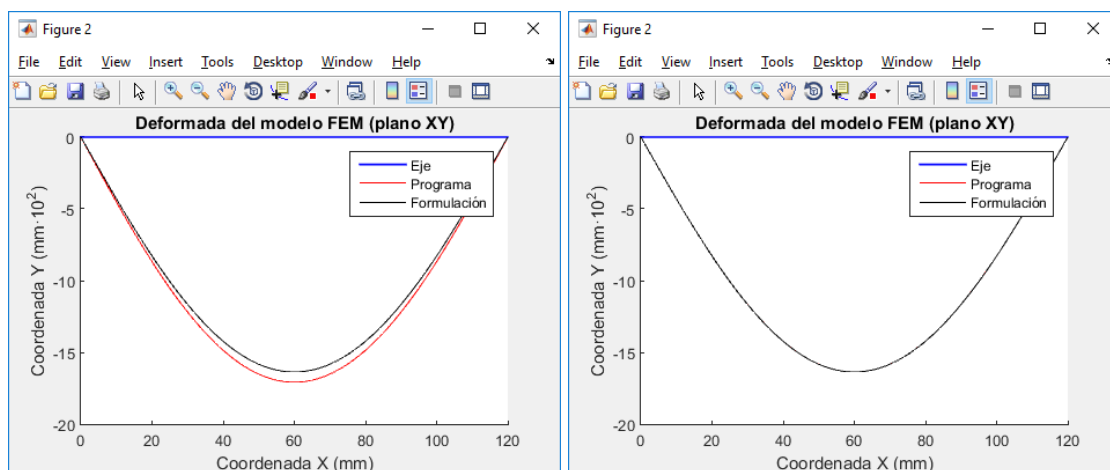
-Desplazamiento máximo X: 0.000000  
-Desplazamiento máximo Y: 0.170787  
-Desplazamiento máximo Z: 0.000000  
-Rotación máxima X: 0.000000  
-Rotación máxima Y: 0.000000  
-Rotación máxima Z: 0.004365

(a) Para  $G = 80,8 \text{ MPa}$

-Desplazamiento máximo X: 0.000000  
-Desplazamiento máximo Y: 0.163693  
-Desplazamiento máximo Z: 0.000000  
-Rotación máxima X: 0.000000  
-Rotación máxima Y: 0.000000  
-Rotación máxima Z: 0.004365

(b) Para  $G = \infty$

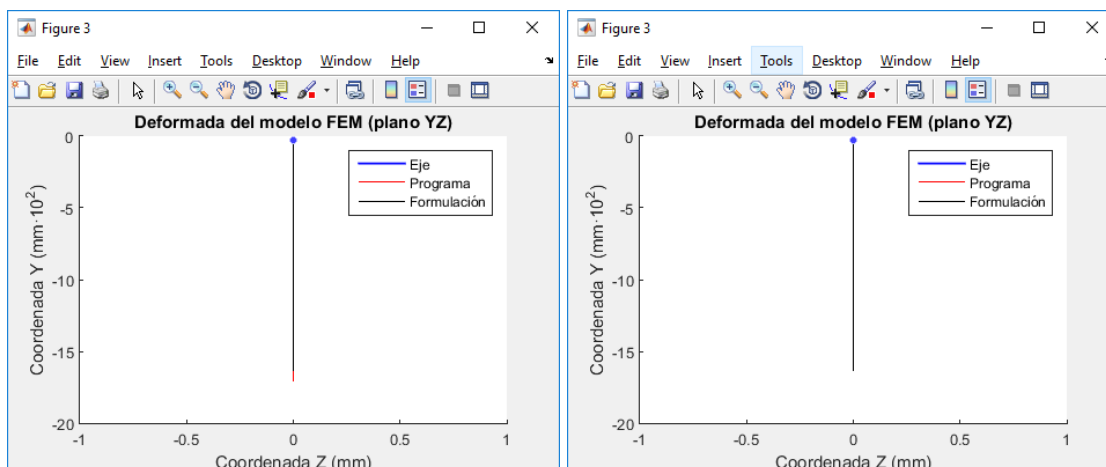
**Figura 1.62:** Desplazamientos del nodo en el extremo libre para el caso de biapoyo con carga distribuida.



(a) Para  $G = 80,8 \text{ MPa}$

(b) Para  $G = \infty$

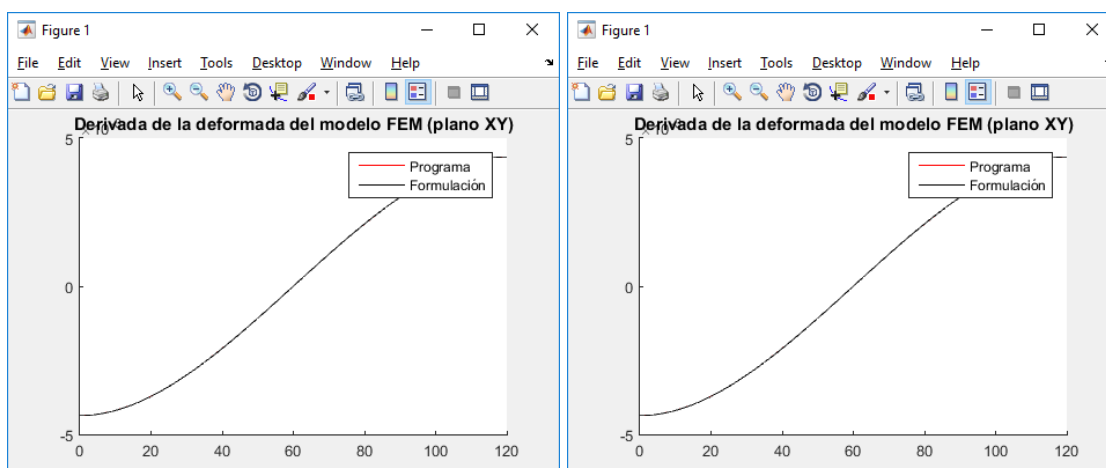
**Figura 1.63:** Deformada en el plano XY para el caso de biapoyo con carga distribuida.



(a) Para  $G = 80,8 \text{ MPa}$

(b) Para  $G = \infty$

**Figura 1.64:** Deformada en el plano YZ para el caso de biapoyo con carga distribuida.



(a) Para  $G = 80,8 \text{ MPa}$

(b) Para  $G = \infty$

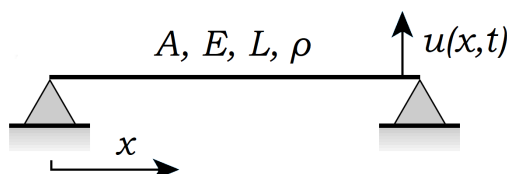
**Figura 1.65:** Derivada de la deformada para el caso de biapoyo con carga distribuida.

En este caso, hay una diferencia apreciable entre ambos modelos cuando  $G$  recibe un valor finito debido al cortante introducido por la carga distribuida; no obstante, dicha diferencia desaparece cuando  $G = \infty$ . Por este motivo, el valor de desplazamiento vertical máximo difiere ligeramente en ambas situaciones.

En cuanto a la derivada de la deformada, coincide en ambas situaciones, lo cual significa que la forma de sus deformadas es la misma y que la diferencia existente es proporcional. Es por ello que el valor de giro máximo permanece invariante.

## I b. Validación del comportamiento dinámico

En cuanto a la validación teórica, se ha realizado una comparativa del valor de frecuencia natural de cada modo con el obtenido a partir de las correlaciones extraídas de la bibliografía de Inman.<sup>17</sup>



**Figura 1.66:** Diagrama estático para la validación dinámica.

En este caso, se ha supuesto un único modelo de restricción consistente en una barra biapoyada en dos apoyos fijos (ver figura 1.66) y se han comparado, tal y como se ha dicho, las frecuencias naturales o de resonancia de cada modo.

**Tabla 1.18:** Resultados de la validación dinámica.

Modo	Valor propio	Solicitud	Frecuencia (Hz)	Frecuencia teórica (Hz)
1	1,0118e7	Flexión	506,25	507,78
2	1,0118e7	Flexión	506,25	507,78
3	1,5904e8	Flexión	2007,12	2031,17
4	1,5904e8	Flexión	2007,12	2031,17
5	7,8238e8	Flexión	4451,74	4570,01
6	7,8238e8	Flexión	4451,74	4570,01
7	2,3796e9	Flexión	7763,80	8124,46
8	2,3796e9	Flexión	7763,80	8124,46
9	2,5387e9	Torsión	8019,77	8019,15
10	5,5451e9	Flexión	11851,61	12694,47
11	5,5451e9	Flexión	11851,61	12694,47
12	6,6006e9	Tracción	12930,19	12930,48

Como se puede observar en la tabla 1.18, hay modos que salen repetidos: son los modos de flexión que vibran en dos planos distintos con la misma frecuencia. Por otro lado, las primeras frecuencias de cada modo son muy precisas, pero pierden precisión a medida que va aumentando su valor.

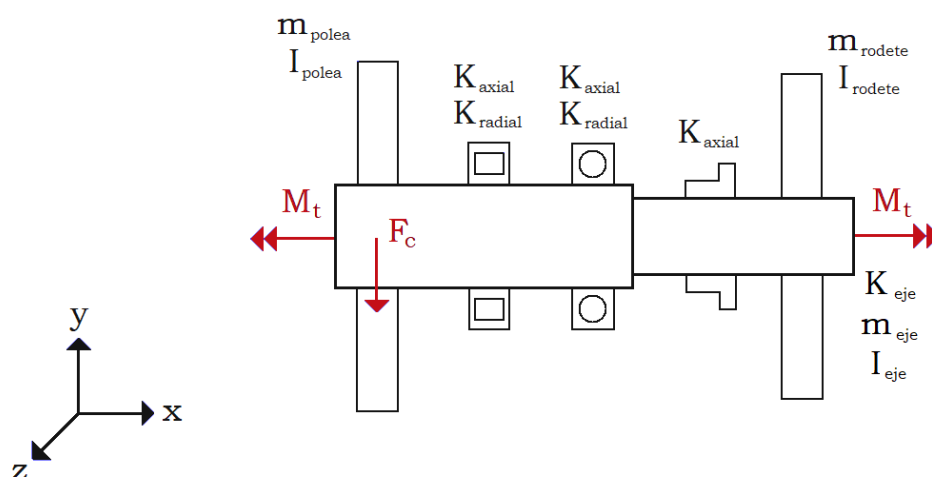




## II. Parametrización del modelo de ejemplo

En el presente anexo se describen todas las suposiciones adoptadas para definir las propiedades de los elementos del sistema, así como las fuerzas y condiciones de contorno que aparecen en él.

La disposición real de los elementos presentes en el sistema de transmisión se encuentra en el *Plano 1. Parte motriz de la bomba* y las dimensiones del eje correspondiente se encuentran en el *Plano 2. Eje con rodamiento integrado*; el resto de características técnicas del eje y del sello se encuentran en los catálogos adjuntos correspondientes. Por otro lado, el diagrama del sistema mecánico que se va a analizar se muestra en la figura 1.67 a continuación:



**Figura 1.67:** Diagrama estático simplificado del modelo.

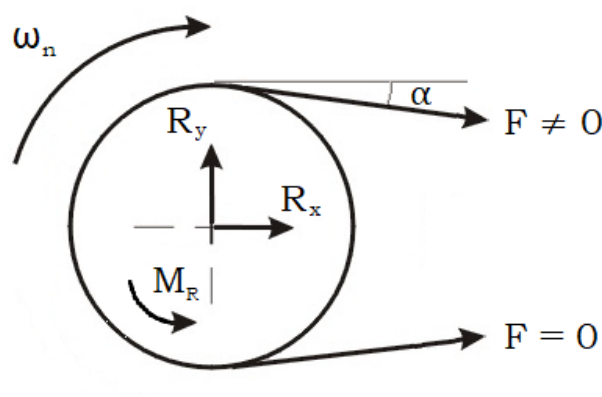
### II a. Estimación de cargas

Las condiciones reales de funcionamiento de la bomba de refrigerante varían en función del modelo, tamaño y tipo de combustible del motor. Por tanto, se han estimado a partir del estudio de las condiciones indicadas en catálogos de varios fabricantes, sacando el valor más representativo en cada caso, tal y como muestra la tabla 1.19:

**Tabla 1.19:** Resumen de variables estimadas a partir del estudio de catálogos.

Símbolo	Descripción	Valor	Unidades
$H$	Potencia nominal de la bomba	1	kW
$\omega$	Velocidad nominal de la bomba	3000	rpm
$\alpha$	Ángulo de la correa de distribución	7	°

Así pues, para estimar la carga que recae sobre el eje debida a la transmisión por correa, hay que atender al esquema mostrado en la figura 1.68 a continuación:



**Figura 1.68:** Diagrama de fuerzas en la polea del eje.

Al tratarse de una correa dentada, no presenta fuerza de pretensión y solo transmite la reacción que va a favor del giro de la polea (la que estira), ya que el lado contrario permanece laxo y la fuerza que ejerce es nula.

Conociendo la potencia nominal de la bomba y su velocidad angular, puede obtenerse el par resistente que ejerce en condiciones normales de funcionamiento:

$$\omega_n = 3000 \text{ rpm} \rightarrow \omega_n = 3000 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 314,16 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$H = M_r \cdot \omega_n \rightarrow M_r = \frac{H}{\omega_n} = \frac{1000}{314,16} = 3,18 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Una vez calculado  $M_r$ , se plantea un equilibrio de momentos en el centro de la polea para sacar la  $F$  tangencial no nula, que es perpendicular a su diámetro de 100 mm:

$$\sum_{i=1}^n M_i = 0 \rightarrow M_r - F \frac{d}{2} = 0 \rightarrow F = \frac{2M_r}{d} = \frac{2 \cdot 3,18}{0,1} = 63,6 \text{ N}$$

Las reacciones en el eje se obtienen a partir de las proyecciones de  $F$ , aplicando equilibrio de fuerzas en las direcciones X e Y:

$$\sum_{i=1}^n F_{xi} = 0 \rightarrow R_x + F \cos \alpha = 0 \rightarrow R_x = -F \cos \alpha = -63,6 \cos (7) = 63,13 \text{ N}$$

$$\sum_{i=1}^n F_{yi} = 0 \rightarrow R_y - F \sin \alpha = 0 \rightarrow R_y = F \sin \alpha = 63,6 \sin (7) = 7,75 \text{ N}$$

Finalmente, los valores correspondientes de las variables que se aplicarán al modelo vienen recogidos en la tabla 1.20:

**Tabla 1.20:** Resultados de la estimación de cargas.

Símbolo	Descripción	Resultado	Unidades
$M_r$	Par resistente	3,18	N·m
$R_x$	Reacción horizontal	63,13	N
$R_y$	Reacción vertical	7,75	N





**FAG**



# Water pump bearings

Integral shaft bearings

# Water pump bearings

Water pump bearings are double row bearings and, in contrast to conventional double row bearings, do not have an inner ring but raceways machined directly into the surface of the shaft. As a result, there is more space available for the rolling elements, giving a higher specific load carrying capacity than that of solutions with conventional single bearings. Furthermore, it is possible in this type of bearing to achieve economical combinations of ball and roller rows. In a small design envelope, this gives a broad range of load carrying capacities.

The use of a common outer ring for two rows of rolling elements prevents misalignment defects, eliminating the risk of undesirable distortion of the bearings.

In water pump bearings, the ends of the shaft normally extend beyond the outer ring on both sides. The length and diameter of these extended sections are matched to the specific application. This results in a simple, ready-to-fit bearing unit that is primarily used in water pumps for road vehicles.

However, they are not restricted to this application.

Due to the advantages described above, they have a wide range of possible applications.

They can be used, for example, in:

- fans
- tension pulleys
- vane pumps
- angle grinders.

Since they are not restricted to use in water pumps, water pump bearings are also described in English as **Integral shaft bearings**.

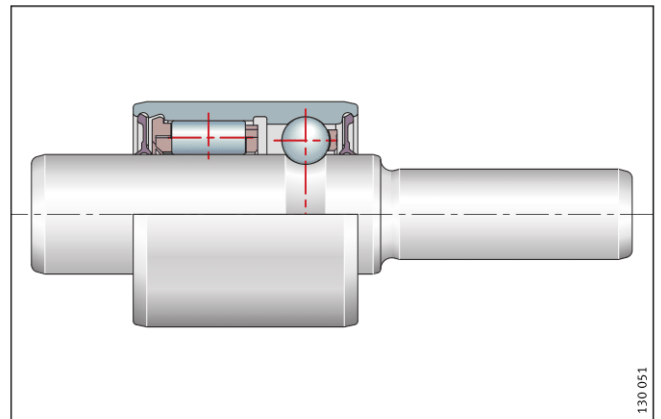
### Roller/ball

If the bearing rating life of the ball/ball design is not sufficient for the load present, a roller bearing is used on the side with the highest load, *Figure 7*.

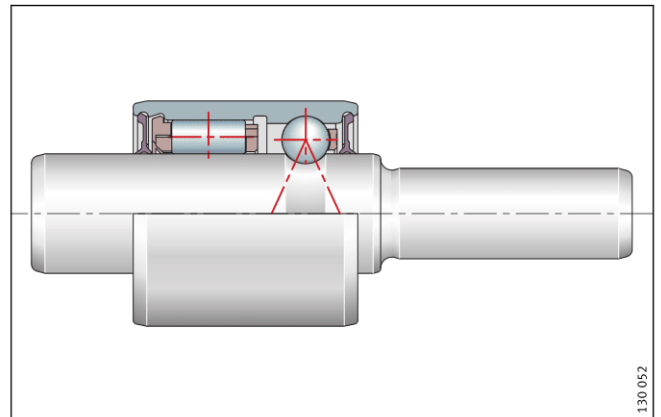
Due to the significantly higher load carrying capacity of a roller row, substantially higher forces can be supported and the rating life of the bearing is considerably longer. The higher load carrying capacity of the roller row is used to its optimum when the load plane is located over the roller row.

In water pump bearings of the roller/ball design, a restricted axial internal clearance also gives a significant improvement in the function. We have therefore developed bearings with combinations comprising a roller row and a three or four point contact bearing, *Figure 8* and *Figure 9*.

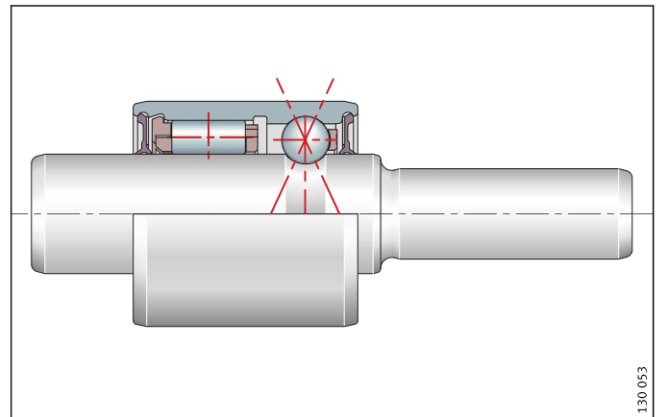
In order to determine the optimum bearing solution for your application, please contact the INA/FAG/wpb Application Engineering function.



*Figure 7* · Roller/ball bearing



*Figure 8* · Roller/three point contact bearing



*Figure 9* · Roller/four point contact bearing

# Seals

Selection of the correct seal is a decisive factor for the rating life of the bearing protected by this seal. In INA/FAG/wpb water pump bearings, four different seal types can be used:

- single lip seal
- double lip seal
- R-SAFE seal
- rotary shaft seal.

The outside diameters of one size are identical. Single lip, double lip and R-SAFE seals are therefore interchangeable.

## Single lip seal

The single lip seal, *Figure 10* ① offers a basic level of protection against contamination and escape of grease. This economical seal has low frictional resistance. Single lip seals are widely used at present but will be replaced in future by double lip seals.

## Double lip seal

The double lip seal, *Figure 10* ② has slightly higher frictional resistance than the single lip seal. It is economical and offers a higher level of protection against contamination and escape of grease than the single lip seal. These seals are currently the standard seals for INA/FAG/wpb water pump bearings.

## R-SAFE seal

This seal was specially developed for sealing the impeller-facing side of water pump bearings. The R-SAFE seal, *Figure 11* ③ has demonstrated superior sealing action against the ingress of water and water vapour over several years, including usage in high volume production.



No seal can guarantee permanent 100% protection against the ingress of water.

## Rotary shaft seal

The fourth seal variant is the rotary shaft seal, *Figure 11* ④, which can be used in chain-driven or gear-driven water pumps.

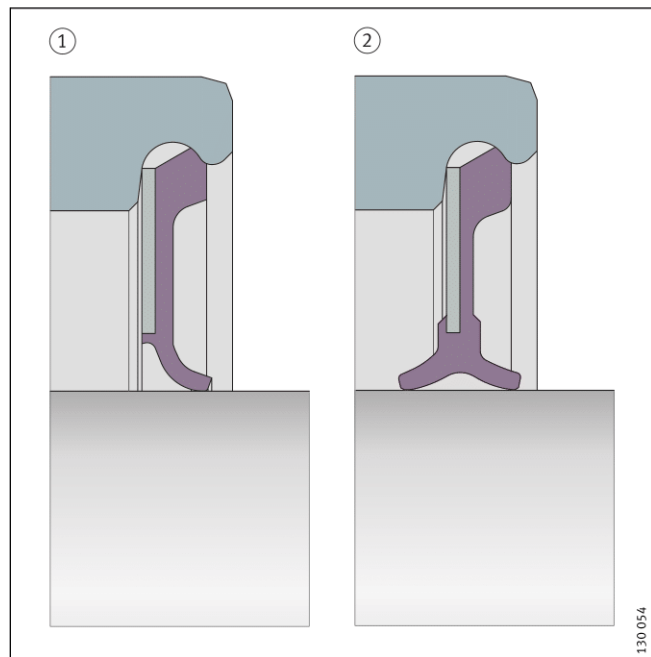


Figure 10 · Single and double lip seal

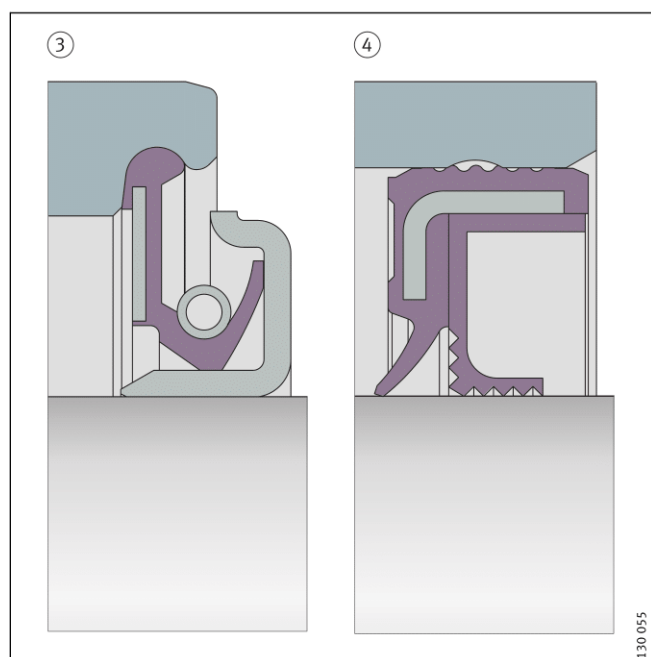



Figure 11 · R-SAFE seal and rotary shaft seal



# Fitting

 Fitting forces must never be directed through the balls or rollers in the bearing.

## Fitting the bearing in the housing – Figure 13

- Support the housing on a flat base and ensure that the bore is arranged concentric to the bearing outer ring.
- Apply the fitting force via the end face of the outer ring ①.

## Fitting of a mechanical face seal – Figure 14

- Support the drive-facing shaft end face ① and the outer ring ② (if necessary by means of the housing).

## Pressing on the impeller/drive pulley – Figure 15

- When pressing on, for example, the impeller or drive pulley, support the opposite end of the shaft ①.

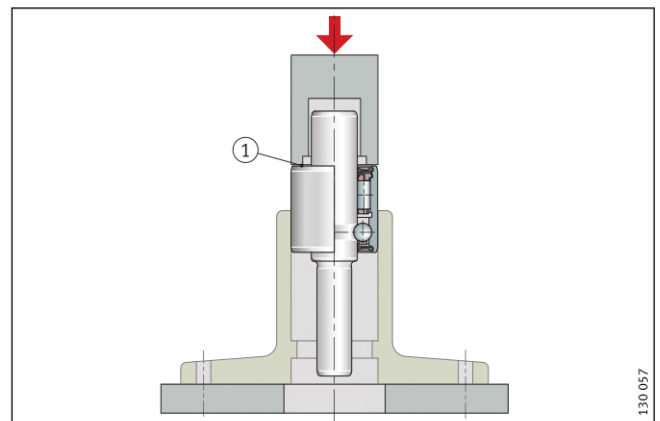


Figure 13 · Fitting in a housing

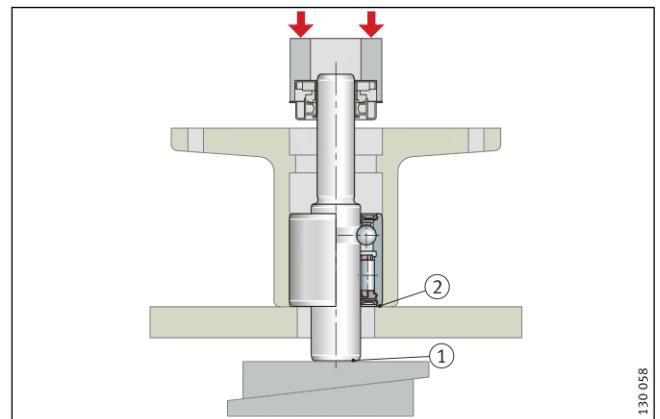


Figure 14 · Fitting of a mechanical face seal

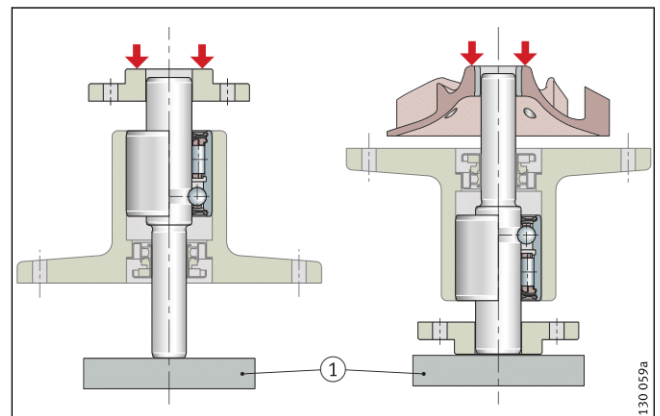


Figure 15 · Fitting of an impeller/drive pulley

# Safety guidelines

- ⚠ The load must not exceed the permissible load for the bearing components.
- The bearing unit must never be loaded more heavily than intended
- If necessary, provide a safety device
- In any case where the bearing loads cannot be clearly determined, please contact the appropriate Application Engineering function.

## Avoid unbalanced forces – Figure 16

■ Always locate components on the shaft as specified

A serious hazard may occur in applications where heavy components are rotating (e.g. fan applications). If the assembly procedure or mounted components contain or induce eccentricities at the mating surfaces, imbalance loads will be generated. If angularity occurs, gyroscopic moments are created due to the tilted, wobbling motion of the misaligned components during rotation. Angularity may also contribute to the eccentric imbalance loads. The magnitudes of these loads increase with the square of the rotational speed. Taken to extremes, imbalance and gyroscopic loads may become high enough to exceed the strength limitations of the shaft material. The dynamic stress reversals may initiate tiny micro-cracks in the hardened case layer. If operation such as this continues, the cracks will propagate across the entire shaft cross section and cause the shaft to fracture, often with catastrophic results.

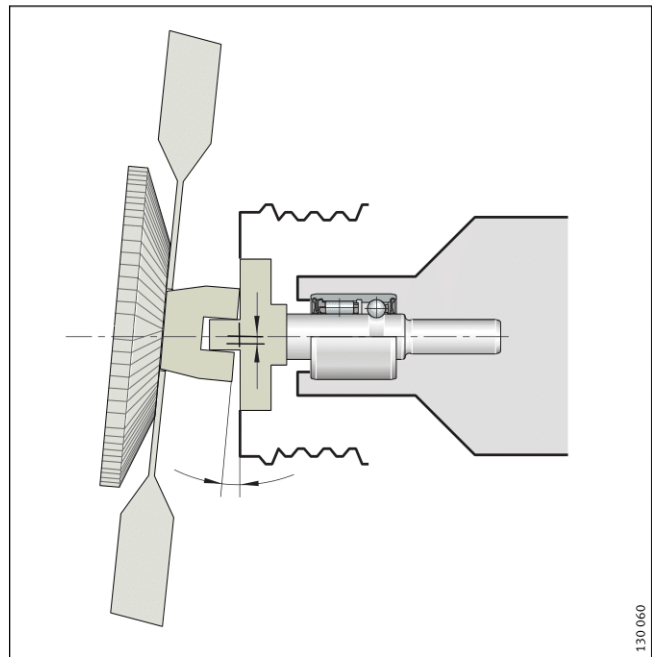


Figure 16 · Safety guidelines

# Lubrication and rating life

## Lubrication

Water pump bearings are lubricated for life. The standard grease used has been optimised in relation to use in water pump bearings.

The function of the lubricant is, *Figure 17*:

- to form a lubricant film at the contact surfaces which is sufficiently capable of supporting loads
- to dampen running noise
- to protect against corrosion.

We check and ensure that the grease used is compatible with the seals used.



Other seals must never be used. These could be attacked by the lubricant, rendering the seals ineffective. The bearing would then be quickly destroyed.

## Rating life

The rating life of water pump bearings is calculated using the calculation methods for rolling bearings. The decisive influencing factors are the loads and speeds. However, other factors such as temperature, bearing clearance, load plane(s), lubrication, environmental influences, etc. are also decisive for the bearing rating life.

A comprehensive calculation method for the rating life can be found in the following catalogue:

- INA/FAG Main Catalogue HR1 MATNR 029679141-0000

In order to take the complexity of a specific application into consideration, please contact the appropriate Applications Departments, which can use the relevant computer programs to assist you in design.

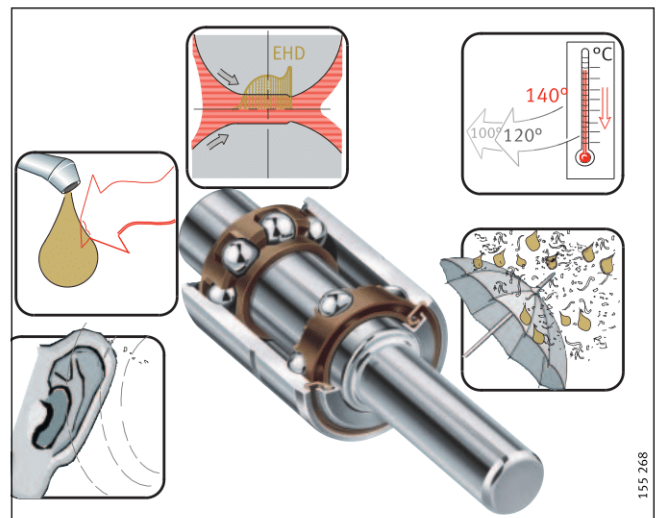


Figure 17 · Requirements for the lubricant

# Designation system

A new designation system has been developed for water pump bearings, *Figure 18*. The design of the bearing can be deduced from the designation.

- ① The letter W stands for “Water pump bearing”.
- ② The second letter indicates the design:
  - A: Ball/ball, asymmetrical design
  - B: Ball/ball, symmetrical design
  - R: Roller/ball
  - T: Roller/ball, three point contact
  - F: Roller/ball, four point contact
- ③ This figure indicates the number of shaft shoulders:
  - 0: Smooth shaft
  - 1: One end of the shaft has a shoulder
  - 2: Both ends of the shaft have shoulders
- ④ Four digit serial number
- ⑤ Variant (e.g. different seal material)

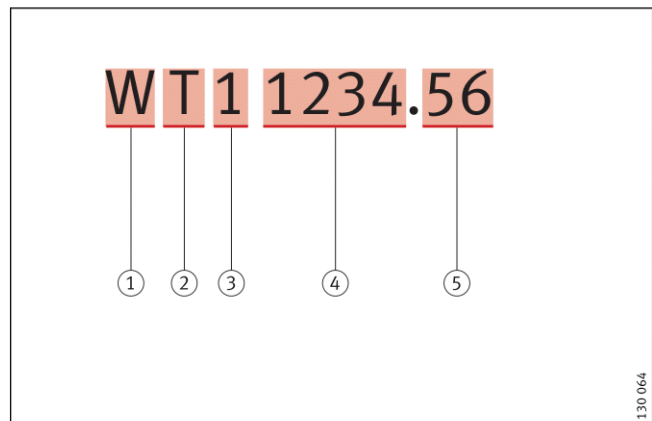
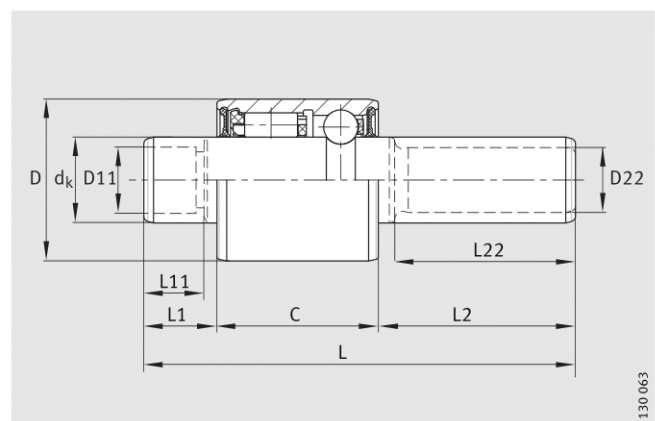


Figure 18 · Designation system

# Water pump bearings

Design: Roller/ball



WT, WR, WF

130 063

Dimension table · Dimensions in mm

Outer ring diameter D	Designation	Mounting dimensions									Previous designation
		L	L1	L2	C	dk	D11	D22	L11	L22	
<b>24</b>	<b>WT01504</b>	80	16,5	36,5	27	12,008	—	—	—	—	—
	<b>WT01579</b>	86	16	38	32	12,038	—	—	—	—	—
<b>30</b>	<b>WR04037</b>	68,39	25	4,5	38,8	15,918	—	—	—	—	RW306206-LB6G43
	<b>WR07038</b>	68,39	25,09	4,5	38,8	15,918	—	—	—	—	WN2269.H94
	<b>WR01022<sup>2)</sup></b>	69,3	26	4,4	38,9	15,918	—	—	—	—	—
	<b>WR17059</b>	76	13,96	35,04	27	15,918	—	12,038	—	32,74	WNS2299-3
	<b>WR17058<sup>8)</sup></b>	76	16,3	32,7	27	15,918	—	12,038	—	30,7	WNS2299-2
	<b>WT11546.03<sup>3)</sup></b>	77,95	15	32,95	30	15,918	—	12	—	30,45	—
	<b>WT11640</b>	78,9	15,1	33,8	30	15,918	—	12,038	—	31,5	—
	<b>WR14008</b>	78,9	15,2	33,8	29,9	15,918	—	12	—	31,5	—
	<b>WR11702<sup>3)</sup></b>	79,12	14,1	35,12	29,9	15,918	—	12	—	32,82	—
	<b>WR17310<sup>4)</sup></b>	79,26	13,5	35,76	30	15,918	—	12,038	—	33,46	WNS2312-2.J7310
	<b>WR17014</b>	79,26	13,6	35,76	29,9	15,918	—	12,038	—	33,46	WNS2312.J3413
	<b>WR11369.2<sup>3)</sup></b>	79,3	12,1	37,2	29,9	15,918	—	12	—	33,2	—
	<b>WR14033</b>	79,8	15,5	41,4	22,9	15,918	—	12	—	39,1	RW306212-LB6G43
	<b>WF01138</b>	80	14	38	28	15,918	—	—	—	—	—
	<b>WR17060</b>	81,51	16,18	38,33	27	15,918	—	12,038	—	36,03	WNS2320
	<b>WR11072.1</b>	81,7	13,7	34	34	15,918	—	12,038	—	33,4	—
	<b>WT11422<sup>3)</sup></b>	82	14	34	34	15,918	—	12,038	—	32,1	—
	<b>WT11422.02</b>	82	14	34	34	15,918	—	12,038	—	32,1	—
	<b>WT11649<sup>3)</sup></b>	84,3	20,8	33,5	30	15,918	—	12,008	—	31,5	—
	<b>WR17011</b>	84,63	17,27	40,36	27	15,918	—	12,038	—	38,06	WNS2333
	<b>WR11515.03<sup>7)</sup></b>	85	17	34,2	33,8	15,918	—	12,038	—	33	—
	<b>WR17061</b>	85,1	14,16	43,94	27	15,918	—	12,038	—	41,64	WNS2335
	<b>WR17056</b>	85,82	14,5	41,32	30	15,918	—	12,038	—	39,02	WNS2337-1
	<b>WR01345</b>	86	21	5	60	15,918	—	—	—	—	—
	<b>WF11137.4</b>	86,5	13,5	34,1	38,9	15,918	—	12,038	—	32,45	—

<sup>1)</sup> Special shaft

<sup>2)</sup> Flinger sleeve

<sup>3)</sup> R-SAFE seal

<sup>4)</sup> Rotary shaft seals

<sup>5)</sup> No seal

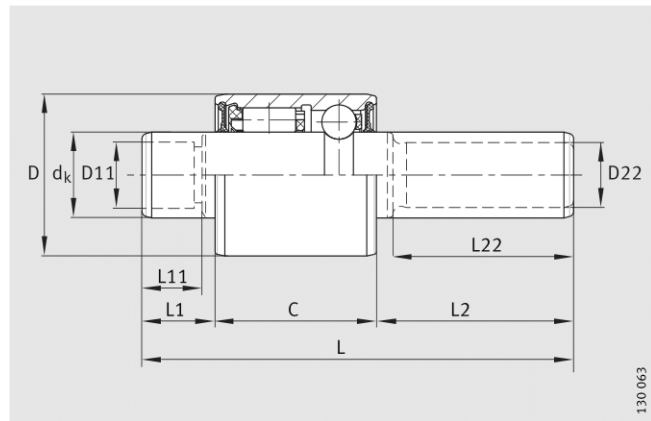
<sup>6)</sup> Outer ring with locating hole

<sup>7)</sup> Special outer ring

<sup>8)</sup> Rolling element sets laterally transposed

# Water pump bearings

Design: Roller/ball



WT, WR, WF

**Dimension table (continued)** - Dimensions in mm

Outer ring diameter D	Designation	Mounting dimensions									Previous designation
		L	L1	L2	C	dk	D11	D22	L11	L22	
<b>30</b>	<b>WF11137.6<sup>3)</sup></b>	86,5	13,5	34,2	38,8	15,918	–	12,038	–	32,2	–
	<b>WR17564</b>	86,7	19,31	40,39	27	15,918	–	12,038	–	38,09	–
	<b>WF11293.1</b>	86,8	13,3	41,5	32	15,918	–	12,038	–	39,9	–
	<b>WR17008</b>	87	17,27	42,73	27	15,918	–	12,038	–	40,43	WNS2342-3
	<b>WT11621<sup>3)</sup></b>	87,3	20,8	36,5	30	15,918	–	12,008	–	34,3	–
	<b>WR14012</b>	87,5	13,5	38	36	15,918	–	12	–	35,7	RW306211-LBF6G43
	<b>WR14012.01<sup>3)</sup></b>	87,5	13,5	38	36	15,918	–	12	–	35,7	IHA-RW306211-LCF5F4M5G75
	<b>WR17062<sup>1)</sup></b>	88,5	19,24	42,26	27	15,918	–	12,038	–	39,96	WNS2348-5
	<b>WF05112</b>	88,75	19,25	33	36,5	16	–	–	–	–	F-93024
	<b>WR17002</b>	89,75	17,34	38,41	34	15,918	–	12,038	–	36,11	WNS2353-3
	<b>WR11036.1</b>	90	18	33,1	38,9	15,007	–	12,038	–	32	–
	<b>WR17288<sup>3)</sup></b>	91	13,85	43,15	34	15,918	–	12	–	40,15	WNS2358.J3848
	<b>WF11586<sup>3)7)</sup></b>	91,5	11,6	34,2	45,7	15,918	–	12,038	–	32,2	–
	<b>WF11284.03<sup>3)</sup></b>	91,5	13,3	34,2	44	15,918	–	12,038	–	32,2	–
	<b>WR17309<sup>1)</sup></b>	92,15	13,19	40,16	38,8	15,918	–	12,038	–	37,86	–
	<b>WR17004</b>	92,5	15	38,7	38,8	15,918	–	12	–	36,4	WN2364-7S.H94
	<b>WR24032</b>	92,5	16,5	37,2	38,8	15,918	12	12	14	34,9	RCHL-RW306201-LB6G43
	<b>WR11368.2<sup>3)</sup></b>	93,9	17,4	37,6	38,9	15,918	–	12	–	35	–
	<b>WR17119</b>	93,95	14,99	40,16	38,8	15,918	–	12,038	–	37,86	WN2369S
	<b>WF11551<sup>3)</sup></b>	94	17	38,1	38,9	15,918	–	12,008	–	35,9	–
	<b>WF01011</b>	94,5	15,7	39,9	38,9	15,008	–	–	–	–	–
	<b>WR05107</b>	94,5	15,7	39,9	38,9	15,008	–	–	–	–	F-110207.2
	<b>WT11075</b>	94,5	14,5	41,1	38,9	15,008	–	12	–	40	–
	<b>WR17280</b>	94,9	18,3	46,6	30	15,918	–	12	–	33,5	–
	<b>WR11599.01<sup>3)</sup></b>	94,9	18,3	46,7	29,9	15,918	–	12	–	33,5	–
	<b>WR17040</b>	95,45	14,33	42,32	38,8	15,918	–	12,038	–	40,02	WN2375-4S
	<b>WF11131</b>	96,3	14,6	47,9	33,8	15,918	–	12,038	–	46,4	–
	<b>WR11037.1</b>	96,4	18	39,5	38,9	15,008	–	12,067	–	36,6	–

1) Special shaft

2) Flinger sleeve

3) R-SAFE seal

4) Rotary shaft seal

5) No seal

6) Outer ring with locating hole

7) Special outer ring



**Dimension table** (continued) · Dimensions in mm

Outer ring diameter D	Designation	Mounting dimensions									Previous designation
		L	L1	L2	C	d <sub>k</sub>	D11	D22	L11	L22	
<b>30</b>	<b>WR05058.01</b>	98	17	42,1	38,9	15,918	–	–	–	–	F-110557.03
	<b>WF01386.1</b>	98	17	42,1	38,9	15,918	–	–	–	–	–
	<b>WF11017.5<sup>3)</sup></b>	98	17	42,1	38,9	15,918	–	12,038	–	40,1	–
	<b>WF11017.6</b>	98	17	42,1	38,9	15,918	–	12,038	–	40,1	–
	<b>WF11017.3</b>	98	17	42,1	38,9	15,918	–	12,038	–	40,35	–
	<b>WR24015</b>	98,5	17,1	51,5	29,9	15,918	12	12	15	49,2	RCHL-RW306221-LCF5G75
	<b>WR17041</b>	98,79	18,53	41,46	38,8	15,918	–	12,038	–	39,16	WN2388-2S
	<b>WT01300</b>	99,5	15,6	39,9	44	15,008	–	–	–	–	–
	<b>WR17043</b>	99,85	10,94	50,11	38,8	15,918	–	12,038	–	47,81	WN2393S
	<b>WR11692<sup>8)</sup></b>	100	19,4	41,8	38,8	15,918	–	12	–	39,5	–
	<b>WR11304.1<sup>3)</sup></b>	100,75	15,5	46,45	38,8	15,918	–	12	–	44,1	WN2396-1S.J3855
	<b>WR07042</b>	102	17	46,2	38,8	15,918	–	–	–	–	WN2401-5
	<b>WR17273<sup>8)</sup></b>	102,16	23,64	39,72	38,8	15,918	–	12,038	–	37,42	WN2402-1S
	<b>WR17320</b>	102,21	23,6	39,77	38,8	15,918	–	12,038	–	37,4	–
	<b>WR17121</b>	103	16,5	47,7	38,8	15,918	–	12	–	45,4	WN2405S.H94
	<b>WR14000.01<sup>3)</sup></b>	103	16,5	47,7	38,9	15,918	–	12	–	45,4	RCHL-RW306203-LC5F4L5G68
	<b>WR14000</b>	103	16,5	47,7	38,9	15,918	–	12	–	45,4	RCHL-RW306203-LB6G43
	<b>WR07044</b>	103,12	27,98	36,34	38,8	15,918	–	–	–	–	WN2406-9
	<b>WT11560<sup>1)</sup></b>	103,5	19,5	45,1	38,9	15,918	–	12,038	–	43,1	–
	<b>WR17045<sup>1)</sup></b>	103,5	19,54	45,16	38,8	15,918	–	12,038	–	42,86	WN2407-5S.T3377
	<b>WR05118</b>	104,1	19	50,6	34,5	15,918	–	–	–	–	F-45376.3
	<b>WR07046</b>	105,4	20,39	46,21	38,8	15,918	–	–	–	–	WN2415-1
	<b>WF01013</b>	105,75	14,25	39,5	52	15,008	–	–	–	–	–
	<b>WR05110<sup>2)</sup></b>	105,9	21,3	45,7	38,9	15,918	–	–	–	–	F-45943 C
	<b>WF01016.3</b>	105,95	19,55	47,5	38,9	16	–	–	–	–	–
	<b>WR11040<sup>2)</sup></b>	106	23	44,1	38,9	15,918	–	12,038	–	39,6	–

<sup>1)</sup> Special shaft

<sup>2)</sup> Flinger sleeve

<sup>3)</sup> R-SAFE seal

<sup>4)</sup> Rotary shaft seal

<sup>5)</sup> No seal

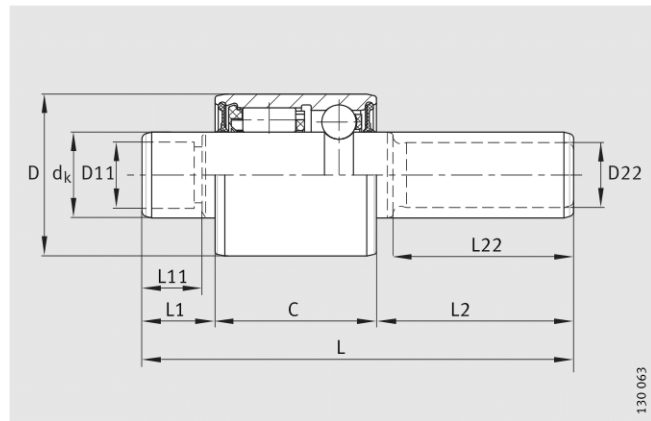
<sup>6)</sup> Outer ring with locating hole

<sup>7)</sup> Special outer ring

<sup>8)</sup> Rolling element sets laterally transposed

# Water pump bearings

Design: Roller/ball



WT, WR, WF

**Dimension table (continued)** - Dimensions in mm

Outer ring diameter D	Designation	Mounting dimensions									Previous designation
		L	L1	L2	C	dk	D11	D22	L11	L22	
<b>30</b>	<b>WR11034.1</b>	106	27,6	39,5	38,9	15,008	—	12,067	—	36,6	—
	<b>WF01016<sup>2)6)</sup></b>	106,2	19,8	47,5	38,9	16	—	—	—	—	—
	<b>WR17047</b>	106,5	22,06	45,64	38,8	15,918	—	12,038	—	43,34	WN2419S
	<b>WR17266</b>	108	35	46	27	15,918	—	12,038	—	44	WNS2425
	<b>WF15047</b>	108,3	18,4	51	38,9	15,918	—	12,038	—	48	F-110734
	<b>WT21639</b>	108,5	22,1	47,6	38,8	15,918	12,038	12,038	21	45,3	—
	<b>WR14018</b>	108,8	20,5	49,5	38,8	15,918	—	12	—	47,2	RCHL-RW306215FS21-LCF5G75
	<b>WR15093<sup>1)</sup></b>	109,05	33,05	41,5	34,5	15,918	14,987	—	30,85	—	F-112013
	<b>WF01009<sup>6)</sup></b>	109,25	17,75	39,5	52	15,008	—	—	—	—	—
	<b>WF05117</b>	109,25	17,75	39,5	52	15,008	—	—	—	—	F-110640
	<b>WR01010.1</b>	109,25	17,75	39,5	52	15,008	—	—	—	—	—
	<b>WF11337</b>	109,25	17,75	39,5	52	15,008	—	12,038	—	38	—
	<b>WR14019<sup>8)</sup></b>	109,9	29,3	41,8	38,8	15,918	—	12	—	39,5	RCHL-RW306216-LCF5G75
	<b>WF11107.1</b>	110	21,7	44,3	44	15,918	—	12,038	—	42,8	—
	<b>WT11247</b>	110	21,7	49,4	38,9	15,918	—	12,038	—	42,8	—
	<b>WT11694</b>	110	21,7	49,5	38,8	15,918	—	12,038	—	42,2	—
	<b>WR11159.1</b>	110,3	18,8	39,5	52	15,008	—	12,067	—	37,5	—
	<b>WR07009</b>	110,39	21,45	50,14	38,8	15,918	—	—	—	—	WN2434
	<b>WR17049</b>	110,39	21,45	50,14	38,8	15,918	—	12,038	—	47,84	WN2434-4S
	<b>WT11609</b>	113,9	22,4	52,6	38,9	15,918	—	12,038	—	50,1	—
	<b>WT11588.01</b>	114,4	20,3	55,2	38,9	15,008	—	13,038	—	10	—
	<b>WF05106<sup>1)</sup></b>	115,5	36,7	39,9	38,9	15,008	—	—	—	—	F-113080
	<b>WF01014<sup>2)</sup></b>	115,75	17,75	46	52	16	—	—	—	—	—
	<b>WR14009</b>	116,95	17	61,15	38,8	15,918	—	12,038	—	58,85	RCHL-RW306223-LC5G68
	<b>WF11039.1</b>	118,9	23,4	39,5	56	15,008	—	12,067	—	36,6	—
	<b>WR17050</b>	121,8	31,51	51,49	38,8	15,918	—	12,038	—	49,19	WN2479S.RIT
	<b>WR05131<sup>2)</sup></b>	121,9	37,3	45,7	38,9	15,918	—	—	—	—	F-44018C

1) Special shaft

2) Flinger sleeve

3) R-SAFE seal

4) Rotary shaft seal

5) No seal

6) Outer ring with locating hole

7) Special outer ring

8) Rolling element sets laterally transposed



Dimension table (continued) · Dimensions in mm											
Outer ring diameter	Designation	Mounting dimensions									Previous designation
D		L	L1	L2	C	d <sub>k</sub>	D11	D22	L11	L22	
<b>30</b>	<b>WR05108</b> <sup>1)2)</sup>	121,9	37,3	45,7	38,9	15,918	–	–	–	–	F-44018 AR-C
	<b>WR01008</b> <sup>6)</sup>	125,25	17,75	55,5	52	15,008	–	–	–	–	–
	<b>WR05105</b>	127,43	22	66	39	15,918	–	–	–	–	F-110023C
	<b>WR17007</b>	127,55	23,46	65,29	38,8	15,918	–	12,038	–	48,84	–
	<b>WR11360.1</b>	127,8	23,3	65,6	38,9	15,918	–	12,04	–	48,6	–
	<b>WR07051</b>	139	23,11	77,09	38,8	15,918	–	–	–	–	WN2547
	<b>WF11032.1</b> <sup>1)6)</sup>	142,65	56,25	47,5	38,9	16	15,008	–	52,15	–	–
	<b>WR01019</b>	144	46	38	60	15,918	–	–	–	–	–
	<b>WR01429.2</b>	147,11	26	82,21	38,9	15,918	–	–	–	–	WRO 1429.2
	<b>WR17279</b>	147,11	26	82,31	38,8	15,918	–	12,038	–	53	–
<b>34</b>	<b>WF21222</b>	98	17	42,1	38,9	17,008	15,918	12,038	16	40,6	–
	<b>WT11593</b>	104,08	19	46,18	38,9	17,008	–	15,918	–	43,8	–
	<b>WT11628</b>	104,9	17,5	48,6	38,8	17,008	–	12,038	–	46	–
	<b>WT11590</b>	111	21	38	52	17,008	–	12	–	35,5	–
	<b>WF21211.1</b>	111	24	40	47	17,008	15,008	12,055	23	39	–
	<b>WT11079</b>	120,5	28,8	44,7	47	17,008	–	12,038	–	39	–
<b>35</b>	<b>WR14007</b>	85,5	15,5	40,1	29,9	18	–	12	–	37,8	RCHL-RW357013-LC5G68
	<b>WR24035</b>	92,5	16,5	37,2	38,8	18	15,918	12	15	34,9	RW357002-LB6G43
	<b>WR24034</b>	95	17,5	38,7	38,8	18	12	12	15	36,4	RCHL-RW357004-LC5G43
	<b>WR24034.01</b> <sup>3)</sup>	95	17,5	38,7	38,8	18	12	12	15	36,4	RCHL-RW357004-LC5F4L5G68
	<b>WR24006</b>	96	26	40,1	29,9	18	15,918	12	7	37,8	RCHL-RW357006-LC5G68
	<b>WR24025</b>	100,4	16,5	45,1	38,8	18	15,918	12	14,5	42,8	RCHL-RW357001-LD5LC5G75
	<b>WR24038</b>	103,2	26,4	38	38,8	18	15,918	12	24,5	35,7	RCHL-RW357003-LC5G75
	<b>WR14026.01</b>	135,7	18,8	60,9	56	18	–	12,038	–	58,6	–

1) Special shaft

2) Flinger sleeve

3) R-SAFE seal

4) Rotary shaft seal

5) No seal

6) Outer ring with locating hole

**Schaeffler KG**

Industriestrasse 1–3  
91074 Herzogenaurach (Germany)  
Internet [www.ina.com](http://www.ina.com)  
E-Mail [info@schaeffler.com](mailto:info@schaeffler.com)

In Germany:

Phone 0180 5003872

Fax 0180 5003873

From Other Countries:

Phone +49 9132 82-0

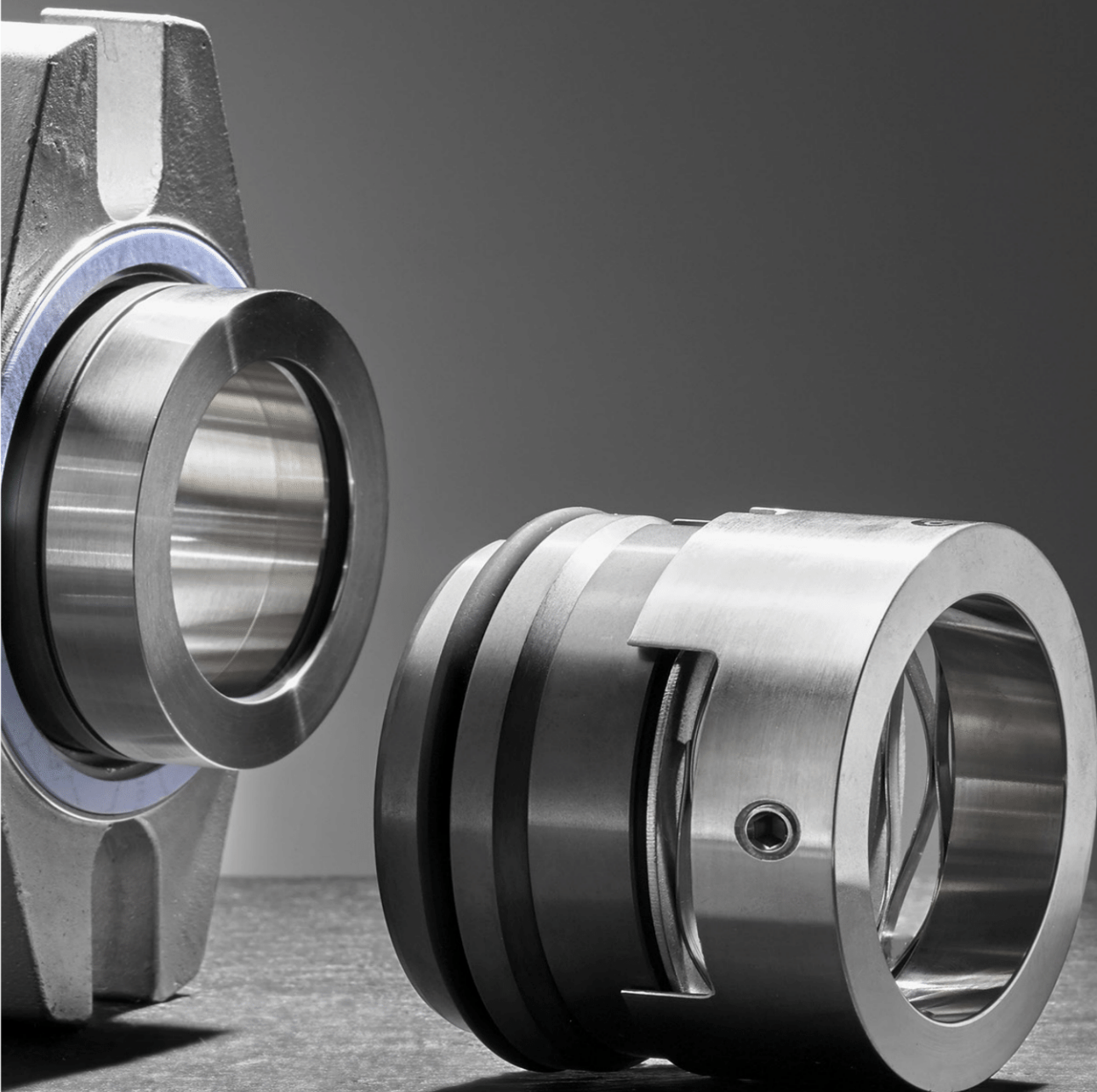
Fax +49 9132 82-4950

Every care has been taken to ensure the correctness of the information contained in this publication but no liability can be accepted for any errors or omissions. We reserve the right to make technical changes.

© Schaeffler KG · 2007, April

This publication or parts thereof may not be reproduced without our permission.

TPI 131 GB-D



# Generalidades

## Introducción

Los sellos mecánicos son elementos que realizan estanqueidad entre un eje rotativo y una parte estructural, generalmente fija, del conjunto de la aplicación. La estanqueidad se consigue a partir del movimiento rotativo relativo entre dos caras de rozamiento, de una gran planitud, y de la película de fluido que se genera entre ellas y que impide el paso del resto del fluido.

Los sellos mecánicos, comparados con otros elementos de estanqueidad para ejes rotantes como los sistemas de sellado de labio o retenes, tienen unas prestaciones superiores. Al estar contruidos en materiales más duros ofrecen una mayor solidez y durabilidad del sistema. Además, permiten sellar en aplicaciones para trabajos altamente exigentes: fluidos químicamente agresivos, abrasivos, pastosos o pegajosos, altas temperaturas, altas presiones, altas velocidades de rotación, etc.

## Elementos de un sello mecánico

### 1. Anillo primario:

Es la parte del sello mecánico que contiene la cara de rozamiento. Cuenta con un dispositivo de resorte que le proporciona la suficiente flexibilidad para compensar los pequeños desplazamientos u oscilaciones, axiales o radiales, que se puedan producir durante el funcionamiento. Generalmente se refiere a la parte rotante del sello metálico.

### 2. Anillo estacionario:

Es la parte del sello mecánico que está rígidamente alojada en una carcasa o brida estática de la aplicación, la mayor parte de las veces, pero también puede estar montada sobre el eje. Contiene la cara de rozamiento que, además de generar la estanqueidad con la cara de rozamiento del anillo primario, le servirá de guía de perpendicularidad.

### 3. Juntas secundarias:

Son los elementos responsables de la estanqueidad entre las partes estáticas del sello mecánico, por ejemplo, entre el anillo primario y el eje, entre el anillo estacionario y la brida, o entre diferentes partes del anillo primario que giran conjuntamente. Para este cometido se suelen emplear elastómeros, las juntas tóricas son el elemento más común. También se pueden utilizar fuelles, juntas cuadradas, collarines, cuñas y, en general, cualquier junta que proporcione estanqueidad estática o lineal. Además de elastómeros, se pueden emplear materiales especiales como PTFE y juntas con base de grafito para condiciones de trabajo extremas.

### 4. Resorte:

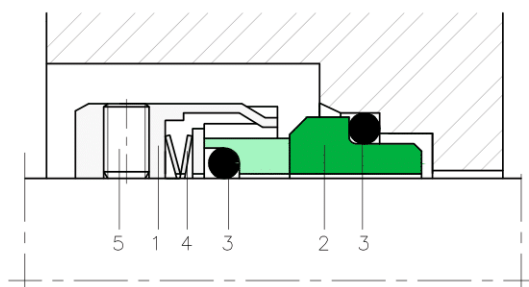
Es el elemento que se encarga de mantener la tensión entre las caras de rozamiento cuando no hay presión en el sistema, para asegurar la estanqueidad en condiciones estáticas y despresurizadas. Se pueden emplear diferentes tipos de resorte, los más habituales son: muelle cilíndrico axial, muelle cónico axial, sistema de multi-muelles, sello de ballesta soldado, sello de ballesta "supersinus" y fuelle metálico.

### Otras partes metálicas:

Es habitual que se encuentren en el sello mecánico elementos constructivos para unir y fijar las partes anteriormente descritas. Generalmente se trata de piezas o chapas metálicas, anillos, tornillos, etc.

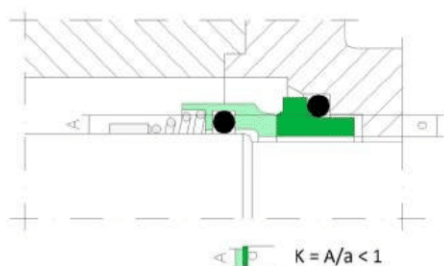
### 5. Dispositivo de arrastre:

Es el encargado de transmitir el movimiento de giro del eje a la parte rotante del sello mecánico. Este dispositivo puede consistir en unas pestañas, pasador anti-rotación, tornillos, fuelle.



## Clasificación de los sellos mecánicos

Existen diferentes criterios para clasificar los sellos mecánicos. Lo más habitual es establecer clasificaciones en función de su equilibrado hidráulico, su construcción y sus características de instalación.



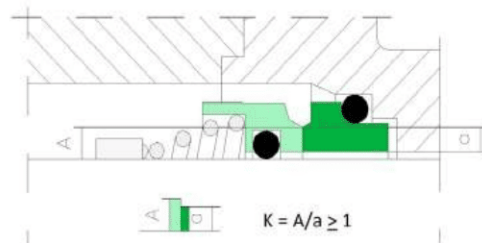
### • Equilibrado hidráulico K:

El sello mecánico se puede clasificar según la relación entre la presión del fluido a estanqueizar y la presión de contacto entre las caras de roce, o lo que es lo mismo, por la relación entre la superficie con presión hidráulica (A) y la superficie de contacto (a).



El sello mecánico **no equilibrado** tiene una relación de:  $K = A/a > 1$  y el sello mecánico **equilibrado** de  $K = A/a < 1$ .

En el diseño de los sellos mecánicos se toman valores de K entre 0,6 y 1,2. Un valor menor de 0,6 favorece la duración y la vida del sello mecánico, pero no garantiza un sellado adecuado.



### Construcción

Esta clasificación tiene que ver con las características y el diseño de los diferentes componentes que forman parte del sello mecánico. Cada variación responde a unas necesidades o características específicas de aplicación.

#### • Sellos de muelle cónico:

Estos sellos se definen por el tipo de resorte que utilizan así como su función. Emplean un muelle axial con desarrollo cónico, fijándose en un extremo al anillo primario y, en el opuesto, sobre el eje. El muelle se encarga de mantener la tensión entre las caras de rozamiento y de transmitir el movimiento del eje a la parte rotante del sello mecánico.

Generalmente los sellos de muelle cónico son sellos mecánicos con sentido de rotación dependiente, es decir, únicamente pueden funcionar de manera satisfactoria en el sentido de giro para el cual están preparados. Por defecto, se suministran en sentido de rotación hacia la derecha, la opción de rotación hacia la izquierda ha de pedirse especialmente. Las juntas secundarias suelen ser juntas tóricas, ya que no requieren de un fuelle para transmitir el movimiento.

#### • Sellos de fuelle:

Existen diferentes tipos de fuelle y en diferentes materiales, cada uno con unas prestaciones específicas y diferentes:

- **Sellos de fuelle elastómero:** El fuelle es de un material elastómero y se encarga, además de generar estanqueidad estática sobre el eje, de transmitir el movimiento del mismo al sello mecánico. El dispositivo de resorte que suelen emplear es un muelle axial cilíndrico, por lo tanto, las prestaciones de estos sellos mecánicos son independientes del sentido de giro del eje.

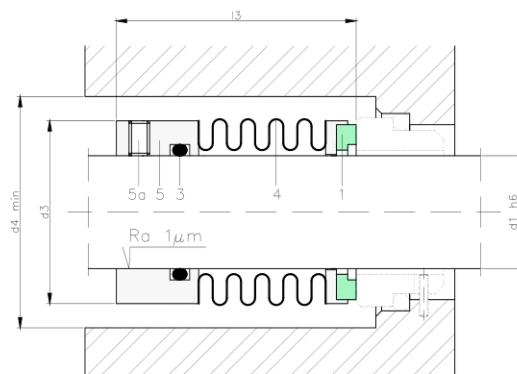
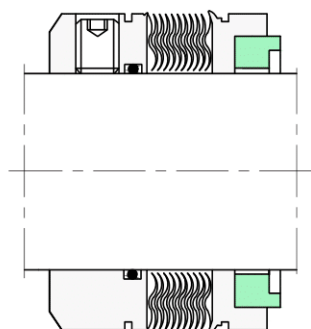
- **Sellos de fuelle metálico:** Son aquellos en los que el dispositivo de resorte es un fuelle metálico. Su principal ventaja está en las prestaciones que aporta: es más resistente abrasiva y químicamente (especialmente combinado con aleaciones Cromo-Níquel) que el fuelle en cualquier elastómero, mucho más resistente a la temperatura (cuando se montan juntas secundarias en grafito), no permite que queden partículas o restos del fluido de trabajo entre las espiras del muelle (los pliegues del fuelle actúan como elemento de bombeo), y permite utilizar el sistema de "junta tórica estática" como junta secundaria. En el resto de sellos, la junta tórica o el fuelle están en el anillo primario del sello, generando la estanqueidad estática.

Sin embargo, su comportamiento en condiciones reales de funcionamiento no es estrictamente estático, pueden existir: movimiento debido al desgaste de las caras de rozamiento, vibraciones, oscilaciones o cambios de presión que comporten un desplazamiento axial del eje, u otros factores que provoquen un trabajo dinámico sobre la junta tórica. Ello podría resultar, en el peor de los casos, y junto con un mal acabado superficial del eje, en un desgaste o deterioro de las juntas tóricas. Sin embargo, con el sistema de "junta tórica estática" que permiten este tipo de sellos, es el propio fuelle el que absorbe los desplazamientos. La junta tórica se halla en el extremo opuesto del fuelle con respecto al anillo primario, completamente indiferente a estos defectos.

Los sellos de fuelle metálico son de dos tipos diferentes, según la característica constructiva del fuelle.

- **Fuelle soldado:** está formado por láminas anulares soldadas entre sí en todo el perímetro de sus extremos, el tipo más empleado.

- **Fuelle enrollado:** constructivamente más difícil, está formado por un tubo metálico ondulado. Tiene un mayor recorrido elástico y se suele emplear en aplicaciones que requieren de exigentes procesos de esterilización, porque no presentan rincones o ángulos cerrados donde puedan almacenarse partículas no deseadas, facilitando así la limpieza.



#### - Sellos de fuelle de PTFE:

El PTFE es un material plástico con una gran resistencia química a prácticamente todos los fluidos de trabajo, y una resistencia a la temperatura superior a la de la mayoría de los elastómeros. Estas características lo hacen muy valioso en determinadas aplicaciones. Se utiliza un fuelle de PTFE con la misma intención con la que se utiliza un fuelle metálico, con una resistencia a la temperatura y a la abrasión más limitadas, pero con una resistencia química superior. En cuanto a las juntas secundarias, utiliza un casquillo o cuña también de PTFE, que trabaja de manera estática. Es un tipo de sello muy especial empleado cuando el fluido de trabajo es extremadamente agresivo químicamente.

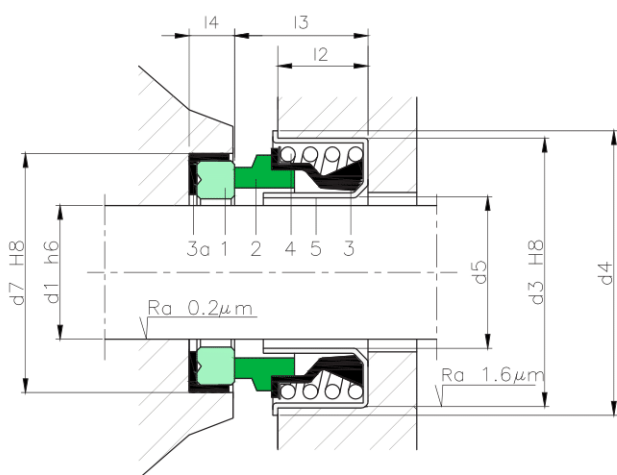
## LRB03 - LRB03A - LRB03B



TIPO LRB03

## COMPONENTES:

- 1 Cara de roce rotante
- 2 Cara de roce fija
- 3 Fuelle
- 3a Junta elastómerica
- 4 Muelle
- 5 Armadura metálica



## SECTORES:



## CARACTERÍSTICAS:

- No equilibrado.
- Sentido rotación independiente.
- Muelle simple cilíndrico.

## LÍMITES OPERATIVOS:

$$d_1 = 10 \div 30 \text{ mm} \quad p = 6 \text{ kg/cm}^2$$

$$v = 10 \text{ m/s} \quad t = -20 \div +100^\circ\text{C} (*)$$

(\*) La resistencia a la temperatura está condicionada por el material de las juntas secundarias utilizadas.

Los límites operativos vienen condicionados por el factor PV, que está determinado tanto por las características del sistema de sellado como por las de la aplicación.

## DESCRIPCIÓN:

Sello mecánico de estructura compacta y dimensiones reducidas, ideal para bombas sencillas de hidromasaje o agua potable.

La parte rotante, al quedar clavada al rodete de la bomba, gira en solidaridad con él. La parte fija queda sujeta al alojamiento por su diámetro exterior.

## TABLA DIMENSIONAL LRB03

Medidas en mm

Eje (")	mm	Parte rotante		Parte fija				
		d <sub>7</sub>	l <sub>4</sub>	d <sub>3</sub>	d <sub>4</sub>	d <sub>5</sub>	l <sub>2</sub>	l <sub>3</sub>
1/2	13	25.0	7.5	28.5	32.0	14.5	8.0	13.2
1/2 B	13	25.0	5.0	28.5	32.0	14.5	8.0	13.2
1/2 C	13	25.0	5.0	30.0	34.5	14.0	7.5	13.2
5/8	16	31.7	10.0	36.5	41.0	17.5	8.5	16.3
5/8 B	16	31.0	5.0	36.5	41.0	17.5	8.5	16.3
3/4	19	35.0	10.0	40.0	43.0	21.5	9.5	16.0
3/4 B	19	35.0	5.0	40.0	43.0	21.5	9.5	16.0
1	25	41.0	11.0	47.0	51.0	26.5	11.0	18.0
1 1/8	29	48.0	8.5	52.0	57.0	31.0	11.0	18.5

Medidas sujetas a variaciones o modificaciones.

# Tabla de resistencia química

La información contenida en la siguiente tabla se refiere a la compatibilidad química de los sellos mecánicos con los fluidos, y debe ser entendida como una guía general para una primera orientación en la selección del sello mecánico. Por razones técnicas o económicas, pueden proponerse otros tipos de sellos mecánicos con diferentes materiales a los aquí indicados.

## Fluido

	Materiales					
	I	II	III	IV	V	•
	Cara Rotante	Cara Estacionaria	Elastómeros	Muelles	Otras Partes metálicas	Notas
Aceite aráquico	V	B	P	G	G	
Aceite y amoníaco	F1	B	N	G	G	
Aceite de coco	V	B	P	G	G	
Aceite de colza	G	B	V	G	G	
Aceite combustible	Q	Q	P	G	G	
Aceite emulsionante	F1	A	P	G	G	
Aceite hidráulico	F1	A	P	G	F1	
Aceite de hígado de pescado	V	B	P	G	G	
Aceite de lino	V	B	P	G	G	
Aceite mineral	F1	A	P	G	F1	
Aceite de oliva	V	B	P	G	G	
Aceite de parafina	V	B2	V	G	G	
Aceite de petróleo	F1	A	P	G	F1	
Aceite de ricino	V	B	P	G	G	
Aceite de semillas	V	B	P	G	G	
Aceite de siliconas	F1	A	E	G	F1	
Aceite de soja	V	B	P	G	G	
Aceite térmico	F1	A	V	G	F1	
Aceite para transformadores	F1	A	P	G	F1	
Aceite vegetal	F1	A	P	G	F1	
Aceites sulfonados	V	B2	V	G	G	
Acetaldehído	B	V	T	G	G	D
Acetato de aluminio	Q	Q	E	G	F	
Acetato amónico < 10%	V	B	E	G	G	
Acetato de amilo	V	B	E	G	G	
Acetato cálcico	V	B	E	G	G	
Acetato de celulosa	V	B	T	G	G	D
Acetato de etilo	V	B	T	G	G	
Acetato de metilo	G	B	T	G	G	
Acetato potásico	V	B	E	G	G	
Acetato de propilo	Y	V	T	G	G	
Acetato de sodio > 10%	V	B	E	G	G	D
Acetato de vinilo	G	B	T	G	G	
Acetileno	V	B	E	G	G	D
Acetona	F1	B	E	G	F1	
Acido acético < 30 %	B	V	E	G	G	
Acido acético glacial	B	V	T	G	G	
Acido acetilsalicílico	B	V	E	G	G	
Acido adipico	G	B	V	G	G	
Acido arsénico	V	B	V	G	G	D
Acido ascórbico	V	B	E	G	G	
Acido benzoico	V	B	V	G	G	
Acido bórico	Q	Q	P	G	G	
Acido butírico	V	B	T	G	G	
Acido carbólico	G	B	V	G	G	
Acido carbónico	Q	B	E	G	G	
Acido cianhídrico	V	B	E	G	G	
Acido cítrico	X	B	E	G	G	
Acido clorhídrico	V	B2	V	G	G	*
Acido cresílico	G	B	V	G	G	
Acido crómico	Q	Q	V	G	G	D
Acido dicloroacético	Y	B	T	M1	M1	
Acido esteárico	V	B	T	G	G	
Acido fénico (fenol)	G	B	V	G	G	
Acido fluorhídrico 40 %	V	Y	T	G	T	*/D
Acido fórmico	B	V	E	M1	M1	
Acido fórmico > 40° C	Q1	B2	K	G	G	
Acido fosfórico < 10 %	V	B2	E	G	G	
Acido fosfórico concentrado	V	Y	V	M1	M1	
Acido ftálico	V	B	T	G	G	D
Acido fumárico	V	B	P	G	G	
Acido gálico	V	B2	V	G	G	
Acido láctico	G	B	V	G	G	
Acido málico	V	M	P	G	G	
Acido maleico	V	B	V	G	G	
Acido malónico	G	B	P	G	G	
Acido metanoico	B	V	E	M1	M1	

## Fluido

	Materiales					
	I	II	III	IV	V	•
	Cara Rotante	Cara Estacionaria	Elastómeros	Muelles	Otras Partes metálicas	Notas
Acido muriático	V	B2	V	G	G	*
Acido nítrico < 20 %	V	B2	V	G	G	
Acido nítrico > 20 %	Q	Q	T	G	G	
Acido oléico	V	B	T	G	G	
Acido oxálico	V	B	E	G	G	
Acido palmítico	V	B	V	G	G	
Acido picrico	V	B	V	G	G	
Acido pirogálico	V	B	V	G	G	
Acido propílico	X	B	P	G	F	
Acido propiónico	B	V	T	G	G	
Acido prúsico	B	V	E	G	G	
Acido salicílico	V	B	E	G	G	
Acido succínico	V	B	E	G	G	
Acido sulfhídrico	Y	V	V	G	G	D
Acido sulfúrico < 10 %	V	B2	V	G	G	
Acido sulfúrico < 35 %	Y	V	V	M	M	
Acido sulfúrico concentrado	Y	V	V	M	M	*
Acido tánico	V	B	P	G	G	
Acido tartárico	V	B	P	G	G	
Acido tricloroacético < 50 %	V	B2	T	G	G	
Acidos grasos	V	B	V	G	G	
Acrilato de metilo	G	B	T	G	G	
Agua	X	B	P	G	F	
Agua < 90 °C	V	B	P	G	F	
Agua < 140 °C	Q	B2	E	G	F	
Agua y aceite (emulsión)	F1	A	P	G	F1	
Agua arenosa	Q	Q	P	G	F	
Agua arenosa (alta concentración de arena)	Q	Q	P	G	F	
Agua desionizada	G	B	P	G	G	
Agua desmineralizada	X	B	P	G	F	
Agua destilada	X	B	P	G	F	
Agua y detergente	X	B	P	G	F	
Agua fangosa	Q	Q	P	G	F	
Agua jabonosa	X	B	P	G	F	
Agua de mar	V	B	P	G	G	
Agua oxigenada	Y	V	V	G	G	
Agua pesada	G	B	P	G	G	
Agua potable	X	B	P	G	F	
Agua sucia	Q	Q	P	G	F	
Aguarrás	X	B	P	G	F1	
Alcanfor	Q	Q	T	G	G	
Alcohol amílico	F1	B	E	G	F1	
Alcohol butílico	X	B	P	G	F	
Alcohol etílico (etanol)	X	B	P	G	F	
Alcohol furfurílico	Q	Q	T	G	G	
Alcohol metílico (metanol)	X	B	P	G	F	
Alcohol octílico	F1	B	E	G	F1	
Almidón	Q	Q	E	G	F	*
Alumbre amónico	Q	Q	P	G	G	
Alumbre crómico	X	B	P	G	G	
Alumbre potásico	Q	Q	P	G	G	
Amoníaco y aceite	V	B	N	G	G	
Amoníaco gaseoso	X	B	E	G	G	D
Amoníaco líquido	X	B	E	G	F	
Anhidrido acético	B	V	T	G	G	
Anhidrido carbónico	V	B	P	G	G	D
Anhidrido ftálico	Q	Q	T	G	G	
Anhidrido maleico	Q	B	T	G	G	
Anilina	G	B	T	G	G	
Antraceno	Q	Q	V	G	G	
Barniz	Q	Q	V	G	G	D
Barniz con disolvente nitro	Q	Q	T	G	G	D
Benceno (benzol)	F1	B	V	G	F1	
Benzoato de amilo	F1	B	E	G	F1	
Benzoato de butilo	F1	B	E	G	F1	
Benzoato de etilo	G	B	V	G	G	



## TABLA DE RESISTENCIA QUÍMICA

Materiales					
I	II	III	IV	V	•
Cara Rotante	Cara Estacionaria	Elastómeros	Muelles	Otras Partes metálicas	Notas

## Fluido

Benzoato de metilo	B	V	G	G		
Benzoato de propilo	F1	B	E	G	F1	
Bicarbonato amónico < 10%	V	B	E	G	G	
Bicarbonato potásico	V	B	P	G	G	
Bicarbonato sódico	V	B	P	G	G	
Bisulfato sódico < 20%	V	B	P	G	G	
Bisulfito cálcico < 10%	X	B	P	G	F	
Bisulfito sódico	V	B	P	G	G	
Borato sódico	Q	Q	E	G	G	
Bromometano	F1	B	V	G	F1	D
Bromuro amónico < 10%	X	B	P	G	G	
Bromuro de metilo	V	B	V	G	G	
Bromuro potásico	Q	Q	T	G	G	
Butano	F1	B	V	G	F1	
Butadieno	V	B	E	G	G	D
Butilamina	B	V	T	G	G	
Butilcarbinol	V	B	E	G	G	
Butilcellosolve	Y	V	T	G	G	
Butileno	F1	B	V	G	F1	
Butil lactato	F1	B	E	G	F1	
Butilpropionato		F1	B	E	G	F1
Butirato de amilo	F1	B	E	G	F1	
Butirato de butilo	F1	B	E	G	F1	
Butirato de etilo	G	B	E	G	G	
Butirato de metilo	G	B	T	G	G	
Butirato de propilo	F1	B	E	G	F1	
Café	X	B	P	G	F	
Carbinol (Metanol)	X	B	P	G	G	
Carbitol	G	B	T	G	G	
Carbonato amónico	V	B	E	G	G	D
Carbonato cálcico	Q	Q	P	G	G	
Carbonato de dietilo	V	B	E	G	G	
Carbonato potásico	V	B	P	G	G	
Carbonato sódico	V	B	P	G	G	
Cellosolve	Y	V	T	G	G	
Cera	F1	B	V	G	F1	
Cerveza	X	B	V	G	F	
Cianuro de cobre	V	B2	P	G	G	D
Cianuro potásico	V	B	P	G	G	D
Cianuro sódico	V	B	P	G	G	D
Cianuro de vinilo	Q	Q	T	G	G	D
Cianuro de zinc	V	B	P	G	G	D
Citrato sódico	Q	Q	E	G	G	
Cloro húmedo	Y	V	V	M1	M1	*
Cloro seco	Y	V	V	G	G	*/D
Clorobenceno	G	B	V	G	G	
Cloroetano	F1	B	V	G	F1	
Cloroetileno	B	V	T	G	G	
Cloroformo	Q	B	V	G	F	
Clorometano	G	B	V	G	G	
Cloraro potásico	V	B	T	G	G	
Cloruro amónico	V	B	E	G	G	D
Cloruro de acetilo	V	B	V	G	G	
Cloruro de aluminio	V	B	V	G	G	
Cloruro de amilo	G	B	V	G	G	
Cloruro de bario	V	B	E	M2	M2	D
Cloruro de calcio	Q	B2	V	G	G	
Cloruro de cobre	Q	Q	V	G	G	*
Cloruro de etileno	V	B	T	G	G	
Cloruro de etilo	V	B	V	G	G	
Cloruro de fenilo	G	B	V	G	G	
Cloruro de manganeso	G	B	V	G	G	
Cloruro de magnesio > 5%	V	B	E	M1	M1	
Cloruro de mercurio	V	B	E	G	G	D
Cloruro de metileno	G	B	T	G	G	
Cloruro de metilo	G	B	V	G	G	D
Cloruro de níquel	V	B	P	G	G	
Cloruro de vinilio	Q	Q	T	G	G	D
Cloruro de zinc	V	B	P	G	G	
Cloruro férrico	Y	V	P	G	G	*
Cloruro potásico	V	B	P	M2	M2	
Cloruro sódico < 10%	V	B	E	G	G	D
Cresol	G	B	T	G	G	
Cumeno	G	B	V	G	G	
Decalin	F1	B	V	G	F1	
Dentrífico	Q	Q	P	G	F	*
Diacetona alcohol	G	B	E	G	G	
Dicromato sódico	Y	B	T	G	G	
Diclorobenceno	G	B	V	G	G	
Dicloroetano	G	B	T	G	G	
Dicloroetileno	G	B	V	G	G	

Materiales					
I	II	III	IV	V	•
Cara Rotante	Cara Estacionaria	Elastómeros	Muelles	Otras Partes metálicas	Notas

## Fluido

Diclorometano	G	B	V	G	G	
Dietilenglicol	F1	B	P	G	F1	
Dietanolamina	G	B	T	G	G	
Dietilamina	G	B	T	G	G	
Dimetilformamida	B	V	T	G	G	
Dinitroclorobenceno	G	B	T	G	G	
Dióxido de carbono (líquido)	Q	B	P	G	G	
Disolvente "STODDARD"	G	B	V	G	G	
Disolventes clorados	V	B	T	G	G	
Disolventes nitro	V	B	T	G	G	
Epicloridrina	V	B	T	M2	M2	D
Esencias	G	B	E	G	G	
Esmalte	Q	Q	P	G	F	D
Estearina	Q	Q	P	G	F	
Ester de ácido acético (ácido propílico)	B	V	T	G	G	
Estireno (feniletileno)	Q	Q	T	G	G	
Etano	Q	B	V	G	F	
Etanodiol	X	B	P	G	F	
Etanol	X	B	P	G	F	
Etanolamina	G	B	T	G	G	
Eter de petróleo	F1	B	V	G	F1	
Etilenglicol	X	B	E	G	F	
Etileno	Q	B	V	G	F	
Floruro de aluminio	V	B	E	G	G	
Formiato de amilo	F1	B	E	G	F1	
Formiato de butilo	F1	B	E	G	F1	
Formiato de etilo	F1	B	E	G	F1	
Formiato de metilo	G	B	T	G	G	
Formiato de propilo	F1	B	E	G	F1	
Formaldehído	V	B	T	G	G	D
Fosfato amónico < 15%	V	B	P	G	G	
Fosfato de butilo	F1	B	E	G	F1	
Fosfato cálcico	B	V	P	G	G	
Fosfato potásico	V	B	V	G	G	
Freón 11	Q	B2	T	G	F	
Freón 12	X	B	N	G	F	
Freón 13	X	B	N	G	F	
Freón 14	X	B	N	G	F	
Freón 21	Q	B2	T	G	F	
Freón 22	F1	B	N	G	F1	
Freón 31	F1	B	N	G	F1	
Freón 32	F1	B	N	G	F1	
Freón 112	F1	B	V	G	F1	
Freón 113	X	B	N	G	F	
Freón 114	X	B	N	G	F	
Freón 115	X	B	N	G	F	
Freón TF	X	B	P	G	F	
Fruta (jugo de)	V	B	P	G	G	
Ftalato de butilo	F1	B	E	G	F1	
Ftalato de dietilo	G	B	T	G	G	
Ftalato de dimetilo	G	B	V	G	G	
Ftalato de dioctilo	G	B	T	G	G	
Ftalato de etilo	F1	B	E	G	F1	
Ftalato de propilo	F1	B	E	G	F1	
Furfural	Q	Q	T	G	G	
Gas de alto horno	G	B2	V	G	G	D
Gas ciudad	V	B	V	G	G	D
Gas oil	X	B	V	G	F	
Gasolina < 97 octanos	V	B	P	G	G	
Gasolina > 97 octanos	V	B	V	G	G	
Gelatina	Q	Q	P	G	F	
Glicerina	Q	B2	P	G	F	
Glicoletileno	X	B	E	G	F	
Glucosa	F1	B	V	G	F1	
Grasa	Q	Q	P	G	F	
Helado	V	B2	P	G	G	
Helio	V	B	E	G	G	D
Heptano	G	B	V	G	G	
Hexano	G	B	V	G	G	
Hexanona	G	B	T	G	G	
Hidracina	V	B	E	G	G	
Hidrógeno	F1	B	P	G	F1	D
Hidróxido amónico	F1	B	E	G	F1	D
Hidróxido de bario	V	B	P	G	G	
Hidróxido cálcico > 10 %	Q	Q	P	G	G	*
Hidróxido de magnesio < 10 %	V	B	E	G	G	
Hidróxido sódico < 10 %	Q	Q	E	G	F	
Hidróxido sódico > 10 %	Q	Q	E	G	F	D
Hipoclorito cálcico 10 %	Q	Q	V	G	G	
Hipoclorito sódico	Y	V	V	M1	M1	*



## TABLA DE RESISTENCIA QUÍMICA

### Fluido

	Materiales					
	I	II	III	IV	V	•
	Cara Rotante	Cara Estacionaria	Elastómeros	Muelles	Otras Partes metálicas	Notas
Hiposulfito sódico	V	Y	P	G	G	
Jabón (solución)	X	B	P	G	F	
Jugo azucarado	V	B	P	G	G	
Keroseno	F1	B	V	G	F1	
Leche 100°C	V	B	E	G	G	
Licores	G	B	V	G	G	
Lisoforma	G	B	T	G	G	
Lubricantes	F1	A	P	G	F1	
Mantequilla	X	B	P	G	F	
Mayonesa	Q	Q	P	G	F	
Melaza	Q	Q	P	G	F	
Mercaptano (etil mercaptano)	V	B	T	G	G	D
Metacrilato de metilo	G	B	T	G	G	
Metano	Q	B2	T	G	F	D
Metanol	G	B	E	G	G	
Metilamina	G	B	T	G	G	
Metiletilcetona	G	B	E	G	G	
Metilbutilcetona	V	B	E	G	G	
Metilisobutilcetona	G	B	E	G	G	
Monóxido de carbono	G	B	E	G	G	D
Mosto de vino	Q	Q	P	G	F	
Nafta	F1	A	V	G	F1	
Naftalina	Q	Q	V	G	F	
Nitrato de aluminio	V	B	P	G	G	
Nitrato de amilo	F1	B	E	G	F1	
Nitrato amónico	Q	B	P	G	G	
Nitrato de bario		Q	Q	P	G	G
Nitrato cálcico		X	B	P	G	G
Nitrato de manganeso	V	B	E	G	G	
Nitrato de mercurio	V	B	V	G	G	
Nitrato de plomo	V	B2	P	G	G	
Nitrato sódico		V	B	E	G	G
Nitrato de zinc		V	B	P	G	G
Nitrito sódico	V	B	E	G	G	
Nitrobenceno	G	B	T	G	G	
Nitrocelulosa	Q	Q	T	G	F	
Nitrógeno	V	B	P	G	G	D
Nitroglicerina	F1	B	V	G	F1	
Nonil fenol	G	B	V	G	G	
Octilfenol	G	B	T	G	G	
Oxido de etileno (gas T)	V	B	T	G	G	D
Oxido de metileno	G	B	T	G	G	
Oxido propilénico	V	B	T	G	G	D
Oxígeno (gaseoso)	Y	V	V	G	G	*D
Ozono	Y	V	E	G	G	D
Parafina	F1	B	V	G	F1	
Pasta alimenticia	Q	Q	P	G	G	*
Pectina líquida	V	B	P	G	G	
Pentano	F1	B	V	G	F1	
Percloroetileno	V	B	V	G	G	
Peróxido de hidrógeno	Y	V	V	G	G	
Persulfato amónico < 20 %	V	B	P	G	G	
Petroleo (keroseno)	F1	B	V	G	F1	
Petróleo crudo	Q	Q	V	G	G	
Piridina	G	B	T	G	G	
Propano	F1	B2	P	G	F1	
Propanona	F1	B	E	G	F1	
Propilbenceno	G	B	V	G	G	
Propilenglicol	F1	B	V	G	F1	
Propileno	Q	B	V	G	G	D
Propionato de amilo	F1	B	E	G	F1	
Propionato de etilo	F1	B	E	G	F1	
Propionato de metilo	G	B	T	G	G	
Propionato de propilo	F1	B	E	G	F1	
Propulsor	G	B	T	G	G	
P.V.A. ( acetato de polivinilio)	Q	Q	E	G	G	
P.V.C. ( cloruro de polivinilio)	Q	Q	E	G	G	
Queso	Q	Q	V	G	F	D
Resinas alquídicas	Q	Q	V	G	G	D
Resinas de melamina	Q	Q	T	G	G	D
Resinas fenólicas	Q	Q	V	G	G	D
Resinas urea-formol	Q	Q	T	G	G	D
Sal inglesa	V	B	E	G	G	
Salmuera	Q	B2	V	G	G	
Sebo	Q	Q	P	G	F	
Silicato potásico	V	B	P	G	G	
Silicato sódico	Q	Q	P	G	G	
Silicona líquida	Q	B	E	G	F	

### Fluido

	Materiales					
	I	II	III	IV	V	•
	Cara Rotante	Cara Estacionaria	Elastómeros	Muelles	Otras Partes metálicas	Notas
Solución de azúcar < 10 %	Q	Q	P	G	G	
Solución de azúcar > 10 %	Q	Q	P	G	G	*D
Solución de borax	Q	Q	E	G	G	
Sulfato de aluminio	Q	Q	V	G	G	
Sulfato amónico < 10 %	Q	Q	P	G	G	
Sulfato de bario	V	B	E	G	G	
Sulfato de cobre	V	B	P	G	G	
Sulfato de etilo	F1	B	E	G	F1	
Sulfato férrico < 20 %	B	V	P	G	G	
Sulfato ferroso < 20 %	B	V	P	G	G	
Sulfato de manganeso	G	B	V	G	G	
Sulfato de magnesio	V	B	E	G	G	
Sulfato de níquel	V	B	P	G	G	
Sulfato potásico	V	B	P	G	G	
Sulfato sódico	Q	Q	P	G	G	
Sulfato de zinc 2 %	V	B	P	G	G	D
Sulfito amónico	V	B	P	G	G	
Sulfito sódico	V	B	P	G	G	
Sulfóxido de dimetilo	G	V	B	G	G	
Sulfuro de bario	V	B	P	G	G	
Sulfuro cálcico	V	B	P	G	G	
Sulfuro de carbono	G	B	T	G	G	D
Sulfuro sódico < 2 %	V	B	P	G	G	
Tanino	V	B	P	G	G	
Tetracloroetano	V	B	V	G	G	
Tetracloroetileno	V	B	V	G	G	
Tetracloruro de carbono	V	B	V	G	G	
Tetrahidrofurano	V	B	T	G	G	
Tinta	V	B	V	G	G	
Tiocianato sódico	V	B	P	G	G	D
Tiosulfato sódico	V	B	E	G	G	
Tocino	Q	Q	P	G	F	
Tolueno (toluol)	V	B	V	G	G	
Tomate (jugo de)	Q	Q	P	G	G	
Trementina	X	B	P	G	F	
Tricloroetano	G	B	T	G	G	
Tricloroetileno	V	B	V	G	G	
Tricresilfosfato	V	B	E	G	G	
Trietanolamina	G	B	T	G	G	
Trietilamina	V	B	P	G	G	
Urea	V	B	T	G	G	D
Vinagre	F1	B	E	G	F1	
Vino	X	B	P	G	F	
Viscosa	Q	Q	T	G	G	D
Whisky	X	B	P	G	F	
Xileno (xiliol)	V	B	V	G	G	
Yodo (tintura de)	Y	V	V	G	G	

D: Montaje doble contrapuesto (con líquido obturante compatible con el fluido, a una presión de 1,5 a 2 atmósferas superior al fluido a estanqueizar).

\*: Consultar con nuestro departamento técnico.

## Next to you

### BARCELONA

Cornellà

### BARCELONA

Lliçà de Vall

### BILBAO

Asúa

### GIJÓN

### LISBOA

### MADRID

### MÁLAGA

### PAMPLONA

### PORTO

### DONOSTIA

Astigarraga

### SEVILLA

Alcalá de Guadaira

### VALENCIA

### VIGO

### ZARAGOZA

**epidor.com**

Este Catálogo forma parte de la Gama de Productos que EPIDOR Technical Distribution pone a disposición de sus clientes, como empresa del grupo EPI INDUSTRIES Family of Companies.

#### Lidering S.A.U.

España

International sales:

+34 93 480 44 22



#### Lidering S.A.R.L.

France

Tél. 04 72 67 02 67

#### Lidering GmbH

Deutschland

Tel. 0211 522 890 94

#### S.A. Lidering N.V.

Belgique-België

Tél. +34 93 480 44 22

#### Lidering Mechanical Seals, S.A.

Panamá

Tel. 397-1572

[www.lidering.com](http://www.lidering.com)

email: [info@lidering.com](mailto:info@lidering.com)

an **EPI INDUSTRIES** family of companies

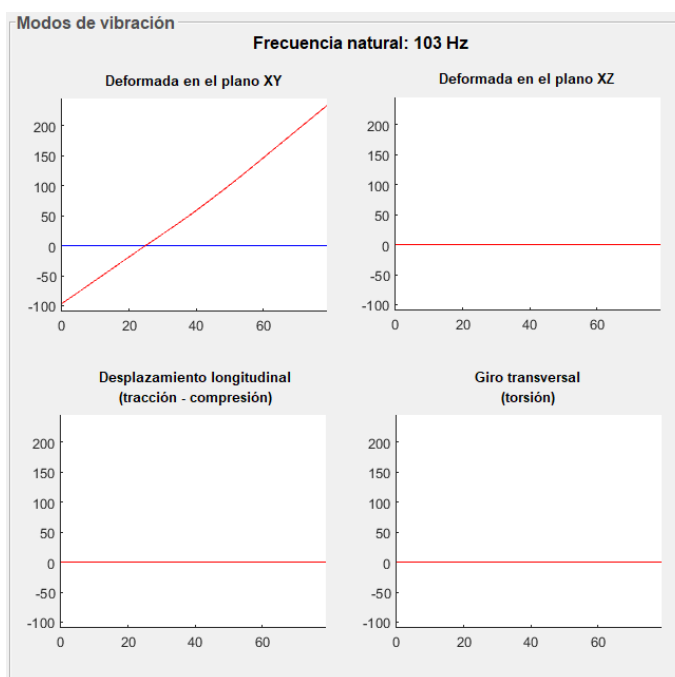


## V. Resultados del modelo de ejemplo

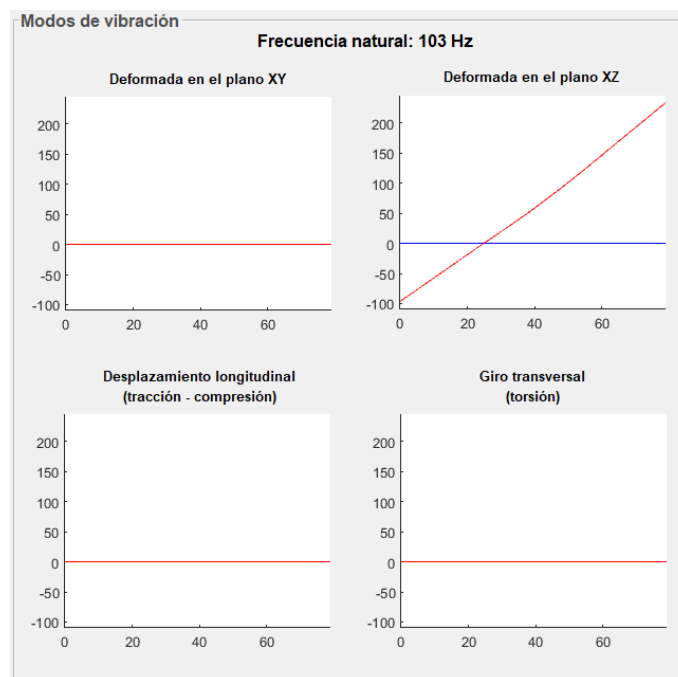
En este anexo se recogen los modos de vibración y funciones de respuesta en frecuencia (FRF) más significativos.

### V a. Modos de vibración

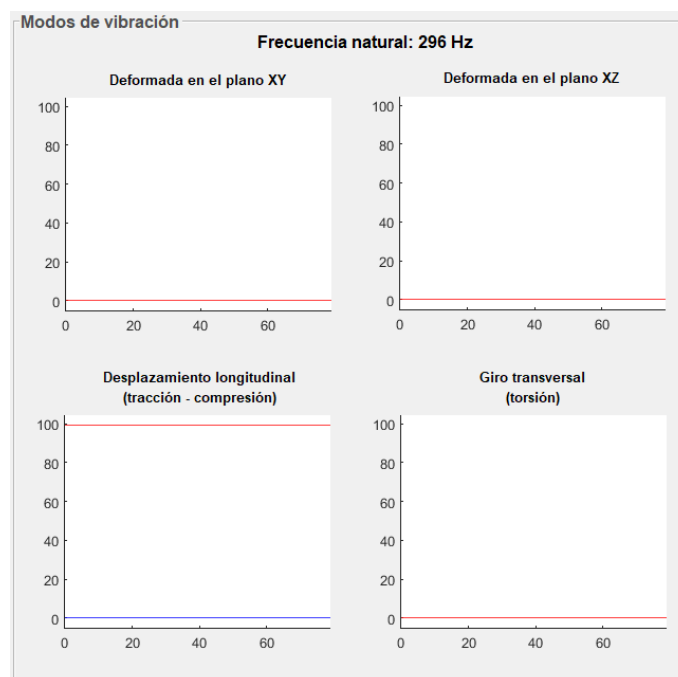
Por lo que respecta a los modos de vibración, solo se muestran los únicos que presentan algún pico de amplitud en la FRF, que corresponden con los cinco primeros y cuya deformada se muestra en las figuras 1.69, 1.70, 1.71, 1.72 y 1.73:



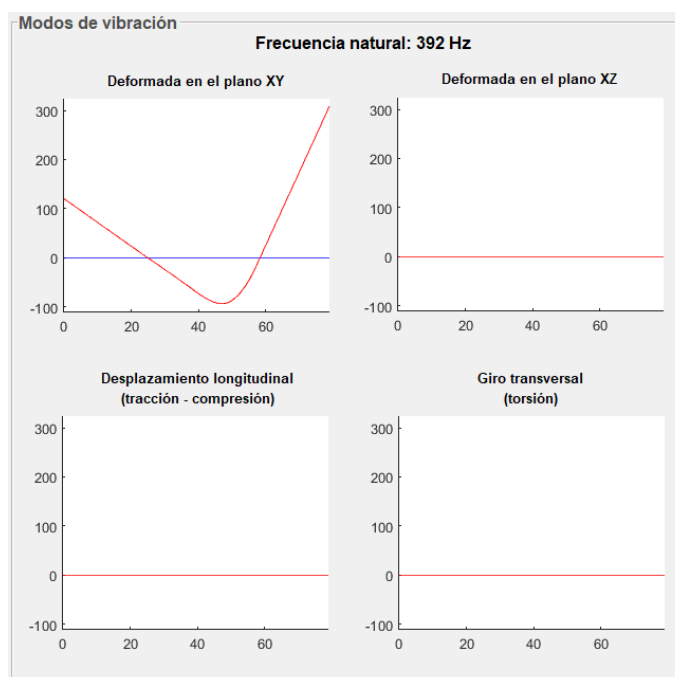
**Figura 1.69:** Deformada y frecuencia natural del primer modo de vibración.



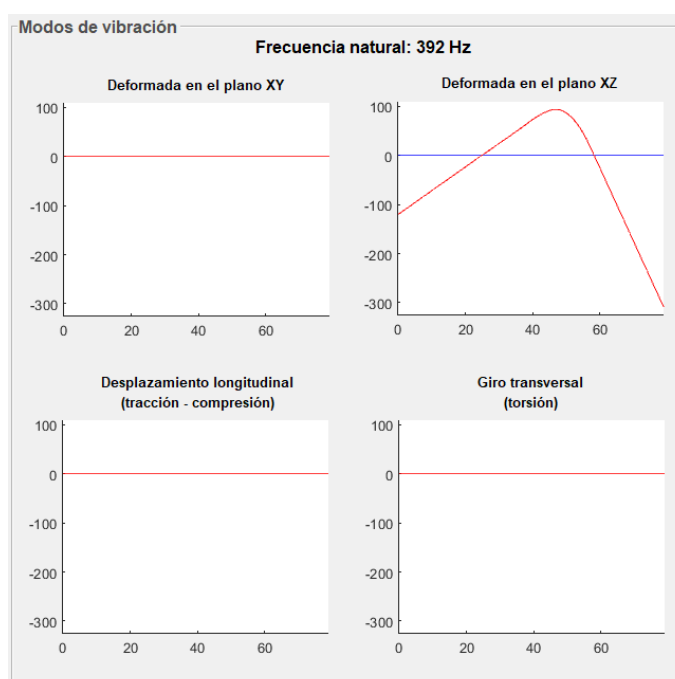
**Figura 1.70:** Deformada y frecuencia natural del segundo modo de vibración.



**Figura 1.71:** Deformada y frecuencia natural del tercer modo de vibración.



**Figura 1.72:** Deformada y frecuencia natural del cuarto modo de vibración.



**Figura 1.73:** Deformada y frecuencia natural del quinto modo de vibración.

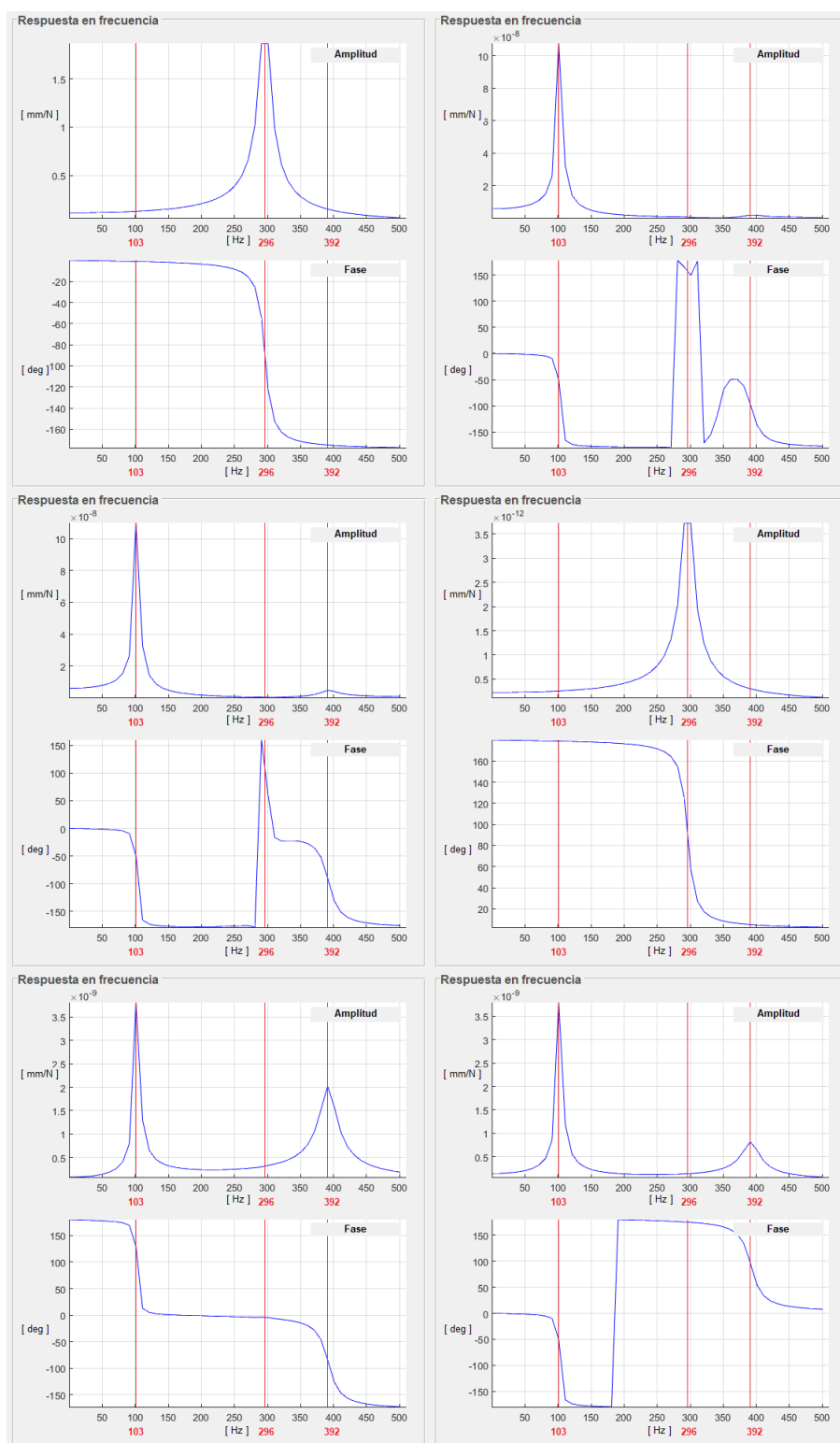
## V b. Función de respuesta en frecuencia

En cuanto a la función de respuesta en frecuencia, se ha calculado suponiendo que el nodo de excitación se encuentra en la polea del eje y el nodo de respuesta en el sello mecánico, realizando todas las combinaciones de grados de libertad posibles de cada nodo.

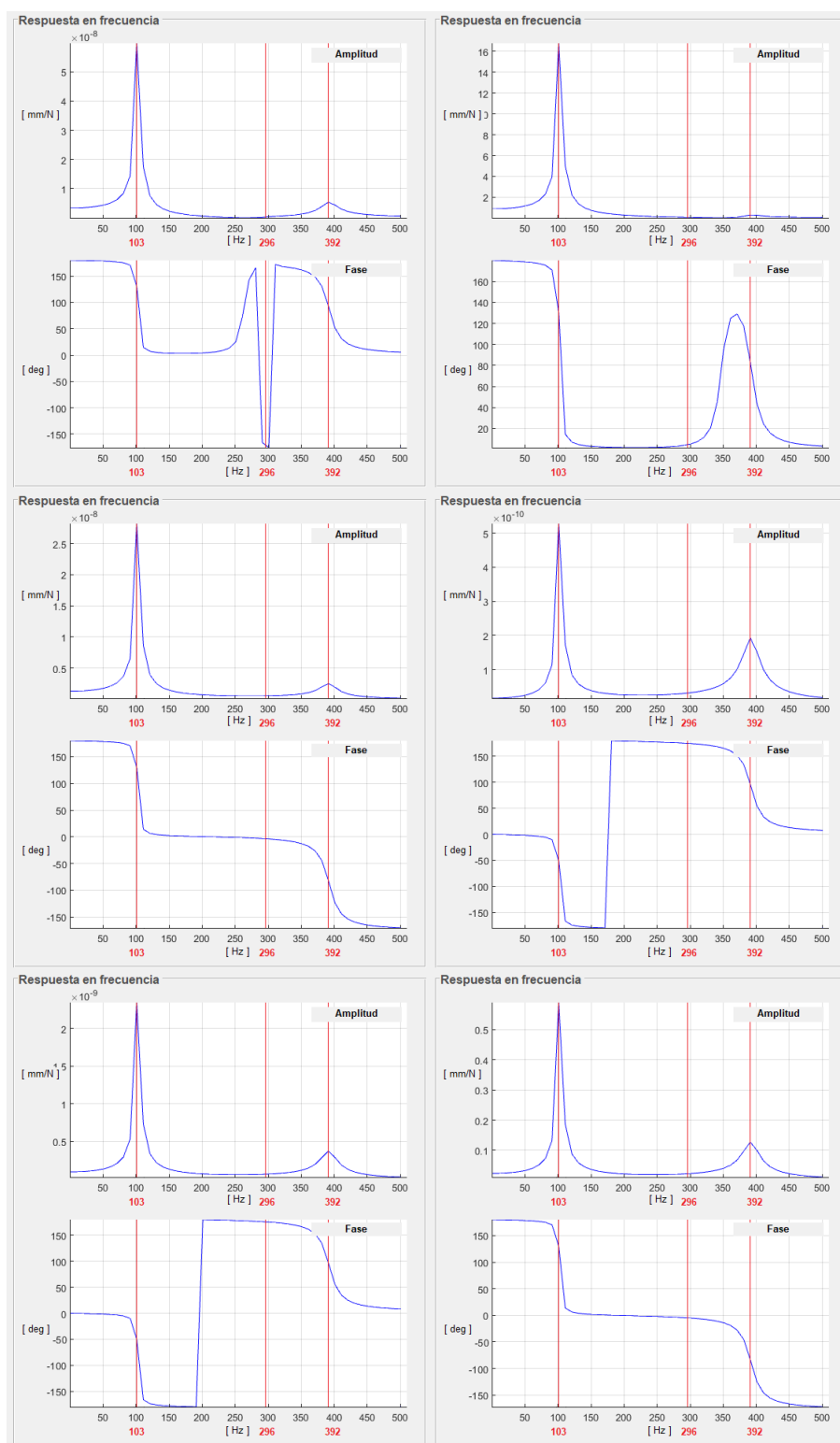
La FRF obtenida para cada caso se muestra en las figuras 1.75, 1.76, 1.77, 1.78, 1.79 y 1.80. Por su parte, la disposición en la página de las distintas direcciones de respuesta para una misma dirección de excitación se muestra en la figura 1.74:



**Figura 1.74:** Disposición de las FRF en las hojas de resultados.

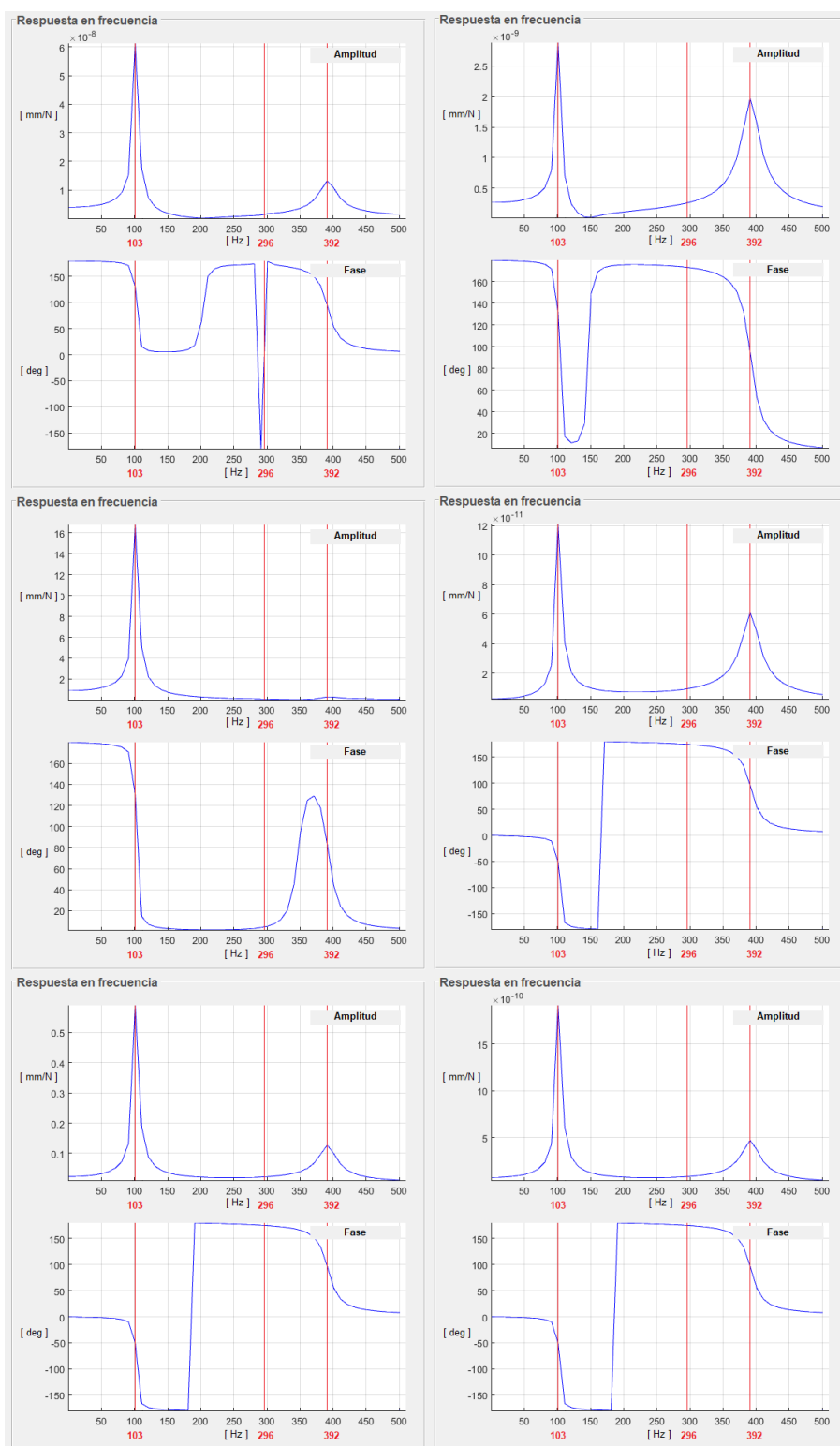


**Figura 1.75:** Respuestas del sello para una excitación en X de la polea.

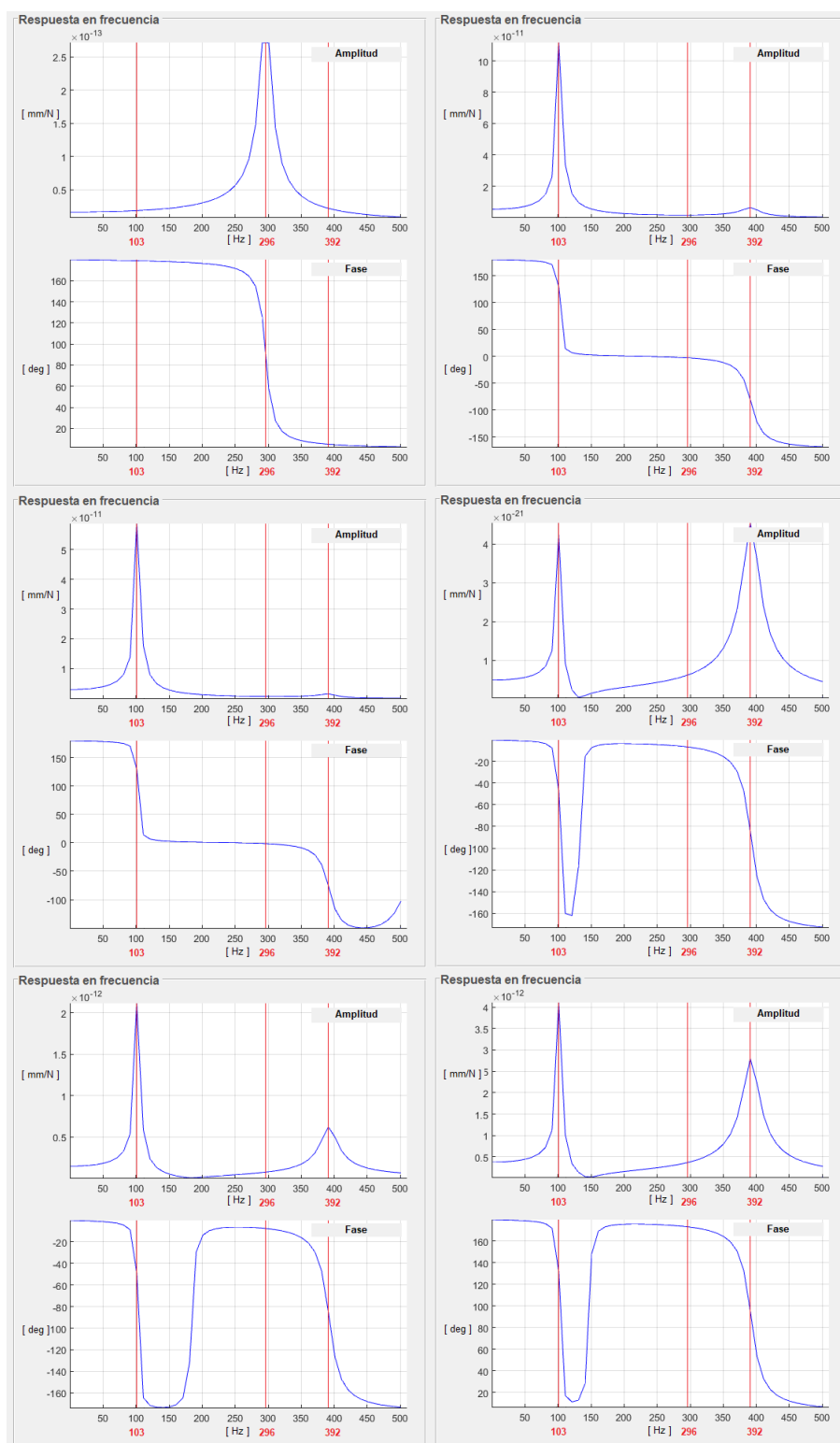


**Figura 1.76:** Respuestas del sello para una excitación en Y de la polea.

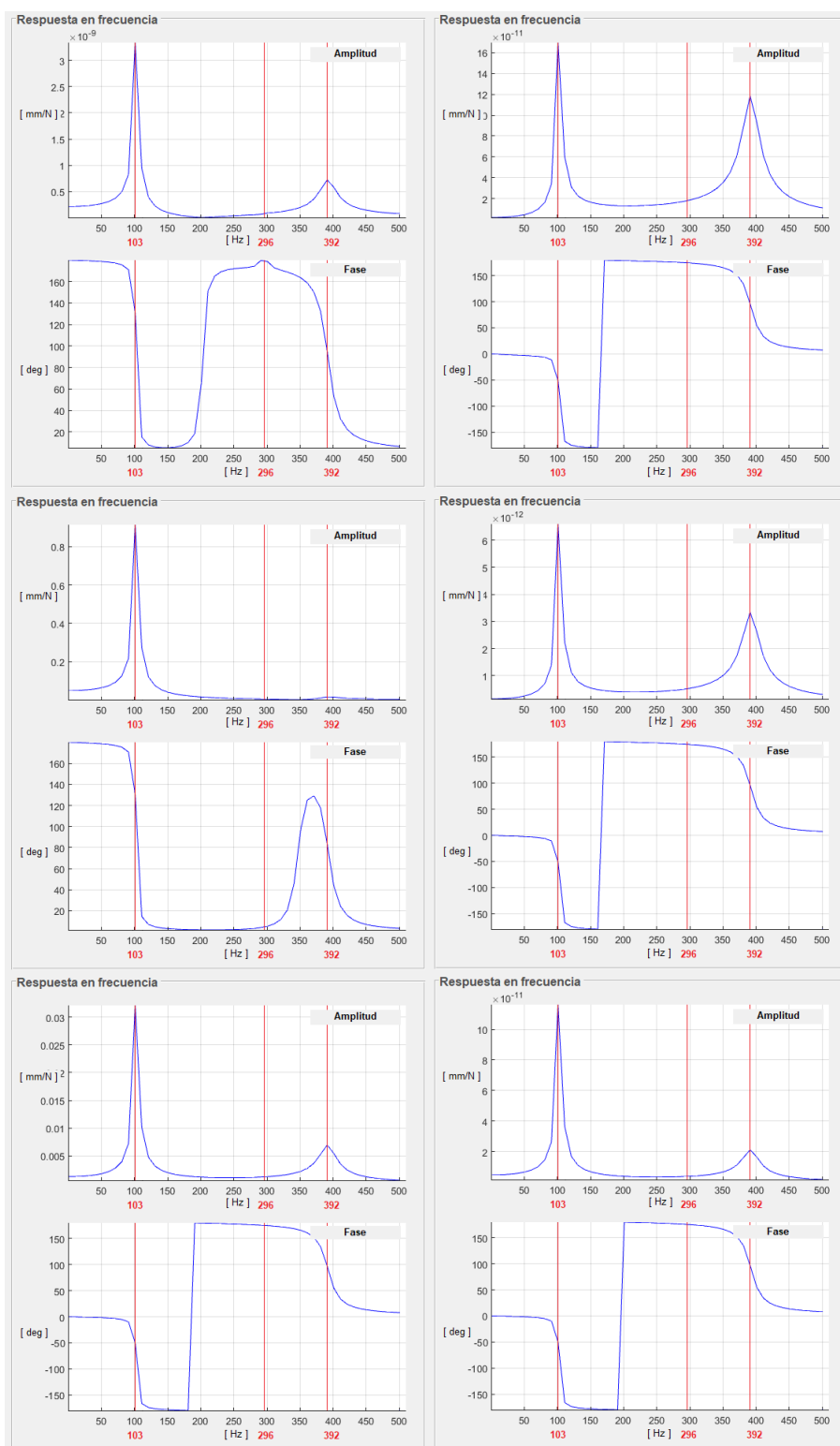




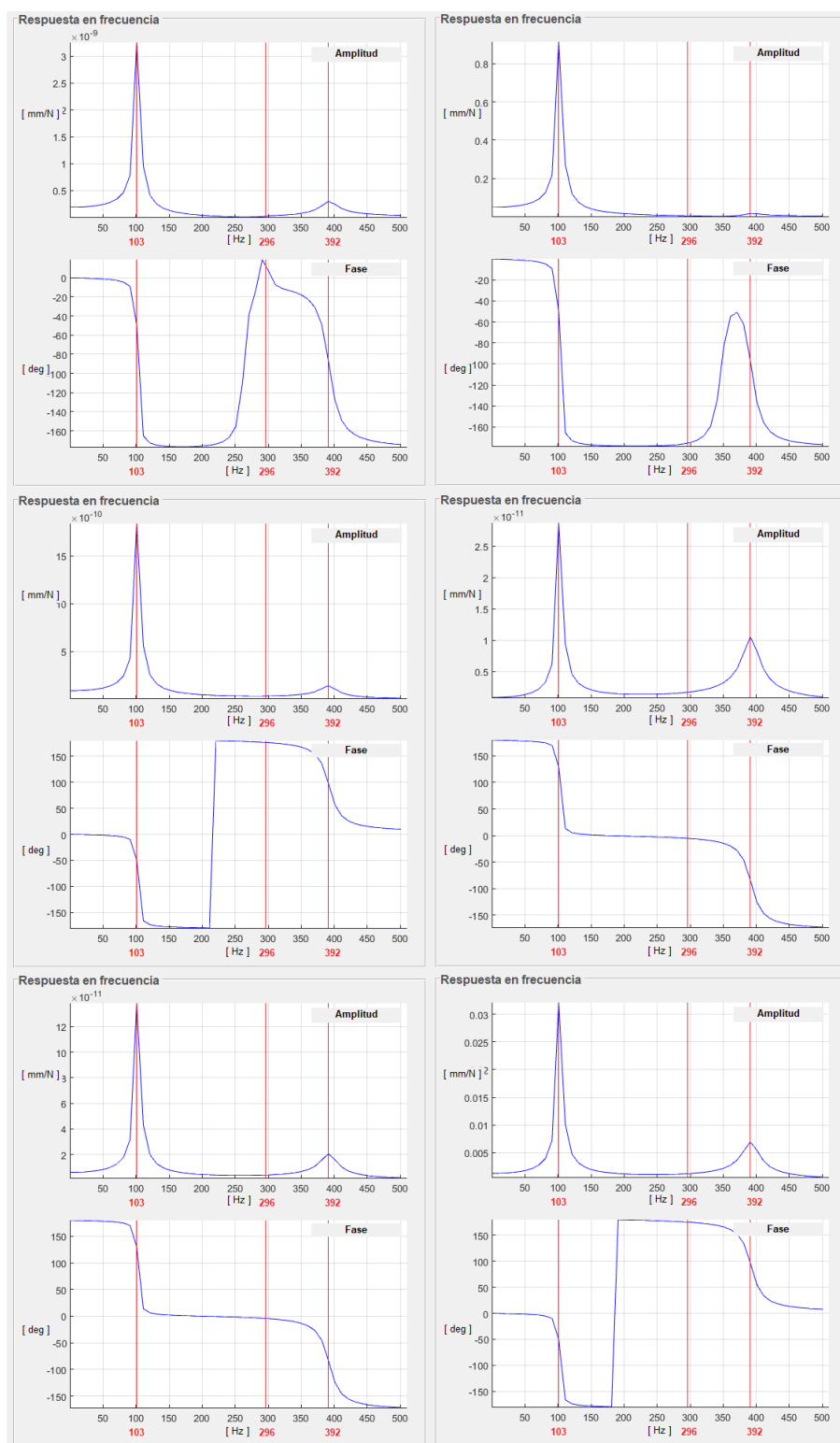
**Figura 1.77:** Respuestas del sello para una excitación en Z de la polea.



**Figura 1.78:** Respuestas del sello para una excitación en OX de la polea.



**Figura 1.79:** Respuestas del sello para una excitación en OY de la polea.

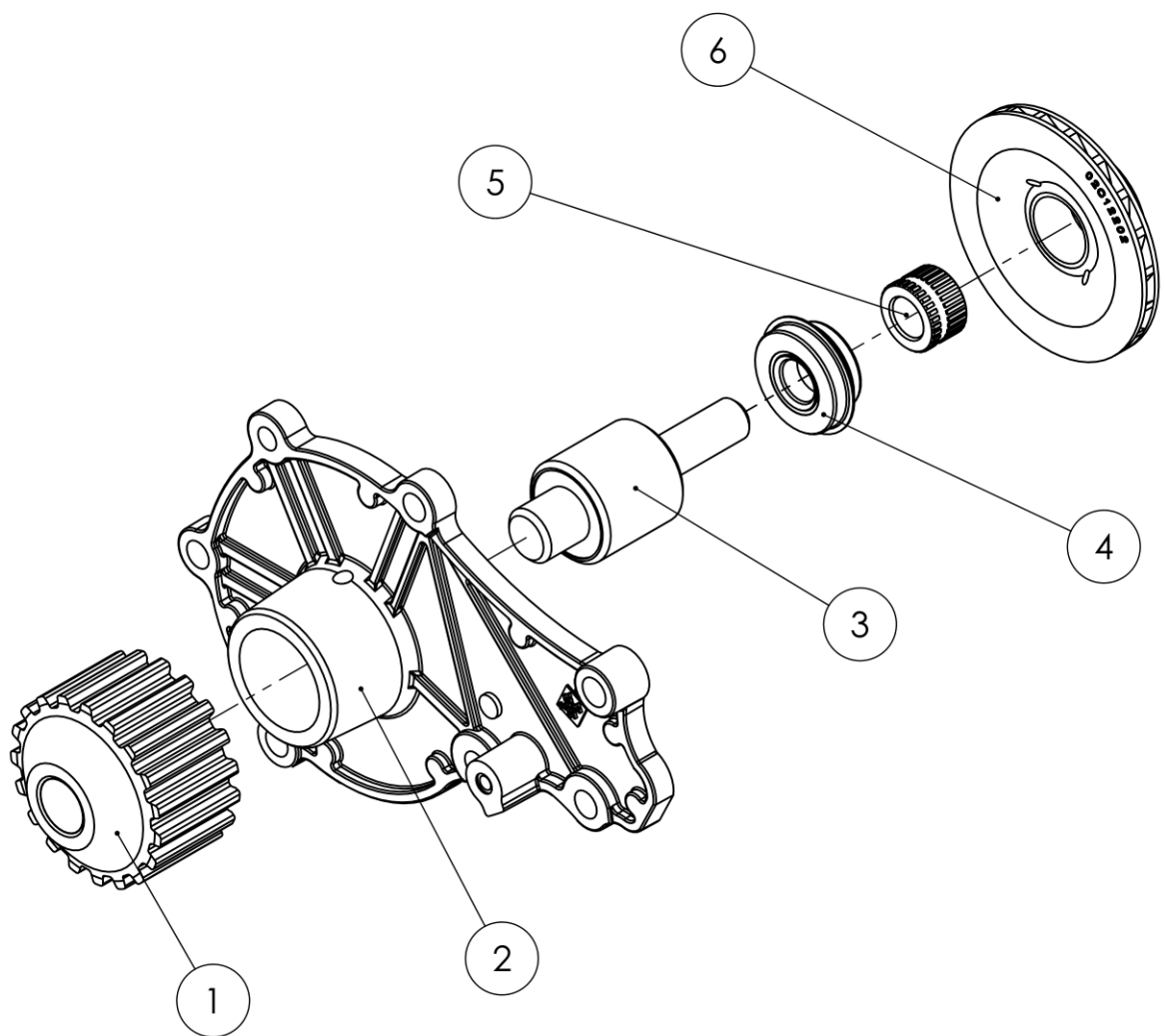


**Figura 1.80:** Respuestas del sello para una excitación en OZ de la polea.

# **CAPÍTULO 2**

## **Planos**





6	Rodete	INA	1	Kit 538-0586-33	-
5	Cubo del rodete	INA	1	Kit 538-0586-33	-
4	Sello mecánico	Dolz S.A.	1	02-CIIN-12C	3
3	Eje con rodamiento integrado	SKF	1	PHP 31-T10-19RSB	2
2	Tapa de la voluta	INA	1	Kit 538-0586-31	-
1	Polea	SKF	1	W 61803-2RZ	-
<i>Elemento</i>	<i>Descripción</i>	<i>Fabricante</i>	<i>Uds.</i>	<i>Referencia</i>	<i>Nº plano</i>

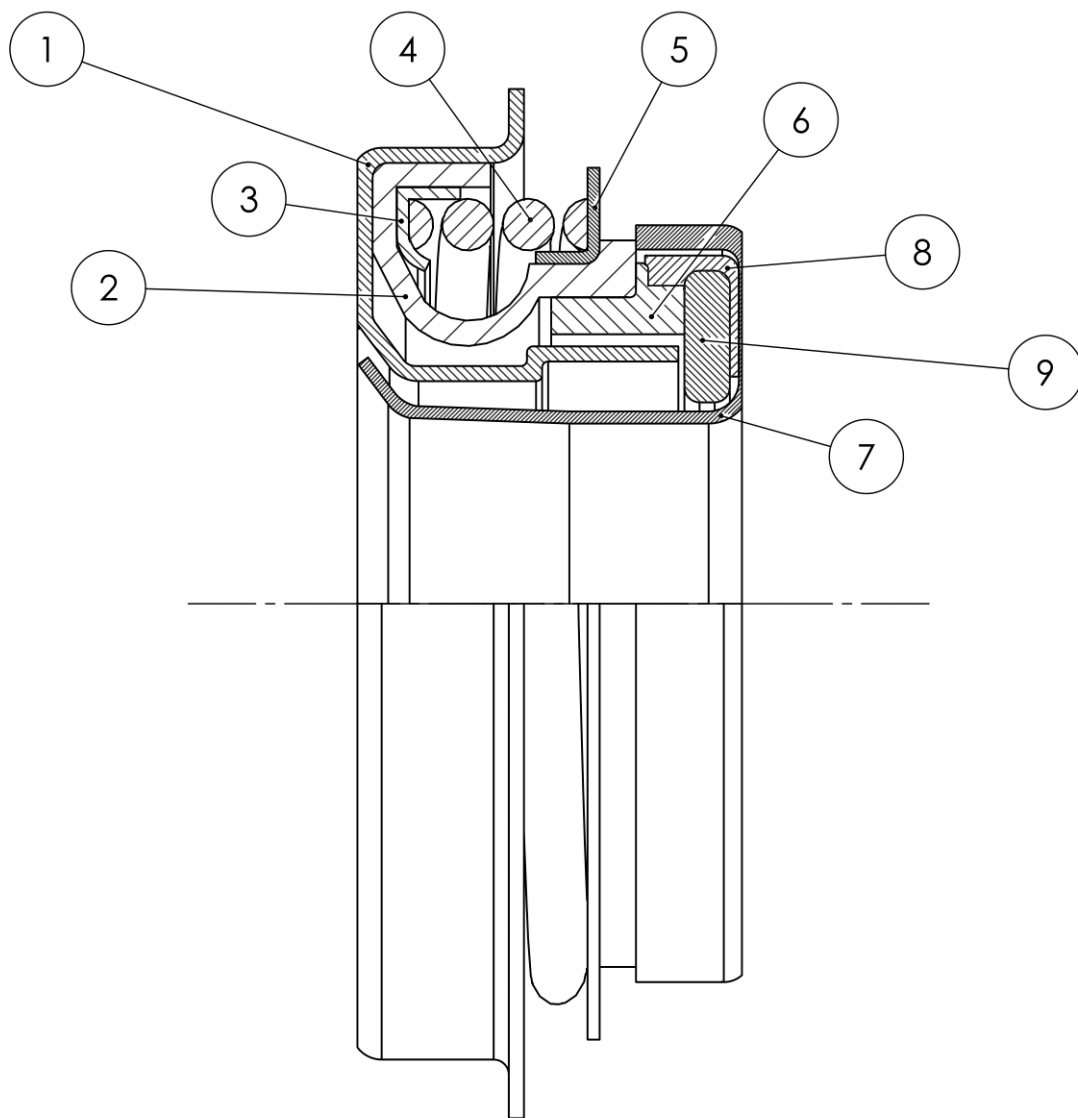
Escola Superior de Tecnologia y Ciències Experimentals		Parte motriz de la bomba			1 de 4	A4
	mm		<i>Apellidos</i>	<i>Nombre</i>	<i>Fecha</i>	
	1:2	<i>Dibujo</i>	López Fernández	Vicente	16/05/2019	
		<i>Revisión</i>	Roda Casanova	Víctor	16/05/2019	
		<i>Aprobación</i>				









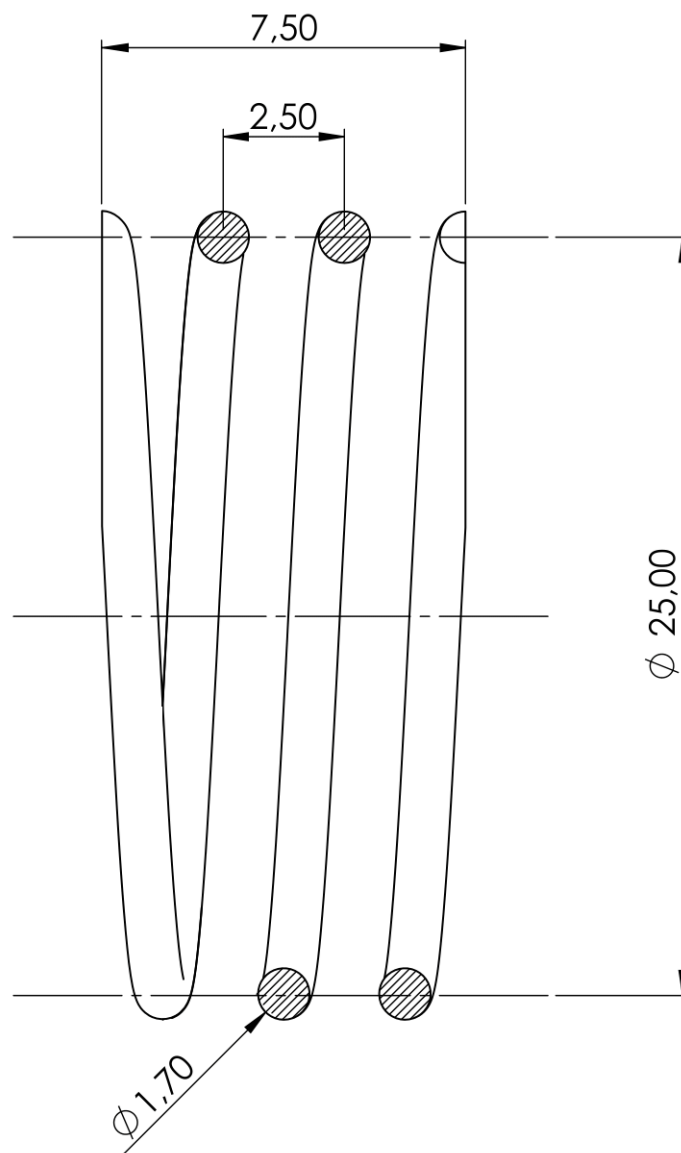


9	Cojinete de fricción	Dolz S.A.	1	$\text{Si}_3\text{N}_4$	-
8	Junta cojinete de fricción	Dolz S.A.	1	Caucho NBR	-
7	Casquillo interior	Dolz S.A.	1	Aluminio 355.2	-
6	Anillo distanciador	Dolz S.A.	1	AISI 304	-
5	Apoyo muelle	Dolz S.A.	1	Aluminio 355.2	-
4	Muelle	Dolz S.A.	1	AISI 5150	4
3	Guía muelle	Dolz S.A.	1	Aluminio 355.2	-
2	Fuelle	Dolz S.A.	1	Caucho NBR	-
1	Casquillo exterior	Dolz S.A.	1	Aluminio 355.2	-
<i>Elemento</i>	<i>Descripción</i>	<i>Fabricante</i>	<i>Uds.</i>	<i>Material</i>	<i>Nº plano</i>

Escola Superior de Tecnologia y Ciències Experimentals		Sello mecánico			3 de 4	A4
	mm		<i>Apellidos</i>	<i>Nombre</i>	<i>Fecha</i>	
	5:1	<i>Dibujo</i>	López Fernández	Vicente	16/05/2019	
		<i>Revisión</i>	Roda Casanova	Víctor	16/05/2019	
		<i>Aprobación</i>				



Resorte de compresión	
Número de espiras útiles (N)	3
Número de espiras totales (No)	3
Longitud del resorte bajo carga (L)	6
Sentido de la hélice	Antihorario (+)
Material del resorte	AISI 5051



Escola Superior de Tecnologia y Ciències Experimentals		Muelle del sello			4 de 4	A4
	mm		Apellidos	Nombre	Fecha	
	5:1	Dibujo	López Fernández	Vicente	16/05/2019	
		Revisión	Roda Casanova	Víctor	16/05/2019	
		Aprobación				



## **CAPÍTULO 3**

Pliego de condiciones





## 3.1. Introducció

Para la consecución del proyecto, en el presente capítulo se recogen las condiciones técnicas, económicas, administrativas y legales correspondientes, estructuradas en cuatro partes:

- **Disposiciones de carácter general.** Describe todo lo relacionado con el objeto, el emplazamiento y el resto de datos de partida del proyecto, así como el personal adecuado para ejecutarlo y los requisitos técnicos y legales.
- **Documentación.** Contiene el conjunto de cláusulas y de restricciones administrativas que detallan el formato de los entregables que integran el documento final del proyecto.
- **Especificaciones técnicas.** Detalla las condiciones en las cuales debe llevarse a cabo el proyecto, incluyendo la marca de los equipos empleados y su modelo.
- **Seguridad y salud.** Indica las medidas que deben adoptarse para garantizar que el proyecto se efectúa de manera segura.

## **3.2. Disposiciones de carácter general**

En este apartado se recogen las normas básicas de ejecución y gestión de los aspectos generales del proyecto.

### **3.2.1. Objeto**

El objeto del proyecto es el desarrollo de un modelo numérico que permita llevar a cabo análisis dinámico del eje de la bomba de refrigerante de un utilitario común. Las acciones y requisitos para llevarlo a cabo se rigen por las condiciones indicadas a continuación así como las órdenes establecidas por el/los director/es del proyecto.

### **3.2.2. Emplazamiento**

La simulación, la redacción y el desarrollo del proyecto se han llevado a cabo en el seno del grupo de investigación GITE (Grupo de Investigación en Transmisiones de Engranajes) del departamento de Ingeniería Mecánica y Construcción de la Universidad Jaume I, y está sujeto a las condiciones particulares de dicho departamento.

### **3.2.3. Personal**

El proyecto está integrado por un Director, cuyas funciones principales consisten en coordinar la evolución del mismo, marcar las líneas de desarrollo y evaluar la validez de los resultados obtenidos, y por el adjudicatario del proyecto, encargado de la realización del mismo y que se encuentra supeditado a las instrucciones del Director del proyecto.

### **3.2.4. Datos de partida**

Para el desarrollo del trabajo, se partirá de los documentos citados en las referencias y de los estudios y publicaciones previas realizadas por el Grupo de Investigación de Transmisión de Engranajes. Cualquier cambio que signifique un planteamiento diferente del relacionado en el mencionado proyecto, deberá ponerse en conocimiento y ser aprobado por la Dirección Técnica, que redactará el oportuno proyecto reformado.

### **3.2.5. Disposiciones técnico-legales**

El autor del proyecto deberá adaptarlo a las normas, especificaciones y reglamentos que afecten al mismo y en particular a las siguientes:

- Normativa sobre la protección de los resultados de las actividades de desarrollo de un modelo numérico simplificado para el análisis de ejes escalonados en la Universitat Jaume I.
- Especificaciones que se adjuntan en los documentos que integran el presente proyecto.

### **3.2.6. Responsabilidad**

El autor del proyecto deberá de disponer de sus propios directorios de trabajo, siendo responsable de su organización así como del mantenimiento de sus datos y de mantener varias versiones del mismo trabajo en distintos soportes informáticos a fin de evitar posibles pérdidas de datos. La versión definitiva será verificada por el Director y estará aislada con su respectiva copia de seguridad.

Al tratarse de una versión académica del documento, su autor y su/s director/es, así como el departamento correspondiente y la universidad, quedan exentos de cualquier problema o disconformidad que pudiera derivar de su aplicación industrial, independientemente de que se haya realizado atendiendo efectivamente al resto de disposiciones recogidas en el presente pliego de condiciones.

### 3.3. Documentación

El autor del proyecto entregará una copia del mismo, en versión física o digital, al departamento de Ingeniería Mecánica y Construcción de la Universitat Jaume I, siendo el citado proyecto a partir de este momento, propiedad del departamento y pudiendo ser usado para otros fines. Las partes que deben integrar el proyecto vienen recogidas en la norma UNE 157001-2014, y son:

- **Memoria.** Este documento detalla los pasos que se deben seguir para la realización del proyecto. Empieza con una breve introducción sobre la necesidad original que impulsó la elaboración del proyecto, exponiendo después los objetivos esperados con su realización. Se detallan en ella las conclusiones obtenidas así como los pasos necesarios para obtenerlas.
- **Anexos a la memoria.** Se adjunta información que desarrolla, justifica o aclara algún apartado de la memoria o cualquier otro documento del proyecto.
- **Planos.** Contiene la información gráfica para la comprensión y correcta ejecución del proyecto.
- **Pliego de condiciones.** Regula las condiciones entre el promotor del proyecto y las personas que lo van a ejecutar.
- **Presupuesto.** Recoge la cantidad económica a la que asciende el proyecto.

## **3.4. Especificaciones técnicas.**

En este apartado se recogen las normas de ejecución y gestión relativas a los aspectos de carácter técnico del proyecto.

### **3.4.1. Elementos empleados en las simulaciones**

Para realizar las simulaciones y los cálculos que permiten llegar a desarrollo del modelo numérico propuesto objeto del presente proyecto, es necesario seguir las siguientes prescripciones técnicas de uso y mantenimiento expuestas en este apartado.

Las características del equipo informático necesario para realizar las diferentes simulaciones y los requisitos para un buen funcionamiento son: Procesador quad-core con mínimo 3 GHz por núcleo, mínimo de 8 GB de memoria RAM y sistema operativo de 64 bits operando sobre Windows 8. Cualquier ampliación deberá mejorar las prestaciones anteriores.

Para el desarrollo del modelo numérico y su validación se requiere el uso del software comercial MatLAB. Adicionalmente, también se requiere la suite de Microsoft Office para redactar y analizar los resultados obtenidos.

### **3.4.2. Ejecución**

Toda la información recopilada y las conclusiones obtenidas de las diferentes simulaciones realizadas, ha de ser guardada y no divulgada, por tratarse de información confidencial.

Por otro lado, la persona encargada de realizar las simulaciones deberá recibir la formación adecuada que le permita desarrollar correctamente el proceso.

## **3.5. Seguridad y salud**

En este apartado se recogen las normas de ejecución y gestión relativas a los aspectos de seguridad, salud e higiene del proyecto.

### **3.5.1. Medidas de seguridad**

La zona de trabajo deberá proveerse por su cuenta de cuantos medios auxiliares necesite para la ejecución de los trabajos, tanto materiales como de personal.

Las personas encargadas de los trabajos quedan obligadas a señalar las instalaciones, utilizando para ello las señales correspondientes y comunicándolo a todo el personal del laboratorio, tomando las medidas adecuadas para evitar accidentes.

### **3.5.2. Condiciones de uso**

El manejo y control de la herramienta informática se efectuará conforme a lo establecido en los diferentes apartados recogidos a lo largo de todo este proyecto, cuya interpretación siempre quedará supeditada a la correcta interpretación de un ingeniero técnico superior.

## **CAPÍTULO 4**

### **Mediciones y presupuesto**





## 4.1. Introducció

En el consiguiente documento se recogen de manera detallada todos y cada uno de los gastos monetarios inherentes al proyecto correspondientes, principalmente, al coste de los distintos elementos y de su instalación en planta.

En este caso, para desglosar todo lo posible el coste de todo lo relacionado con la implantación de cada componente, se ha optado por elaborar dos cuadros de precios, el presupuesto de ejecución material, el presupuesto de ejecución por contrata y el presupuesto total incluyendo el IVA.

## 4.2. Cuadros de precios

Para la elaboración de este apartado se han escogido únicamente los cuadros de precios *Mano de obra* y *Materiales*.

### 4.2.1. Cuadro de precios nº1: Mano de obra

Núm.	Denominación de la mano de obra	Coste (€/h)	Horas	Total (€)
1.1	Ingeniero industrial	15,00	360	5400,00
1.2	Doctor en tecnologías industriales	18,00	32	576,00
1.3	Catedrático en tecnologías industriales	20,00	8	160,00
				<hr/> 6136,00

### 4.2.2. Cuadro de precios nº2: Materiales

Núm.	Denominación del material	Coste (€/ud)	Cantidad	Total (€)
2.1	Licencia MATLAB R2019a ®	714,83	1	714,83
2.2	Instalaciones del centro investigador (coste mensual)	20,00	3	60,00
				<hr/> 774,83

### 4.3. Presupuesto de ejecución material (PEM)

Núm.	Descripción	Cantidad	Precio	Total
3.1	Implementación de la herramienta informática y análisis dinámico.	1	5400,00	5400,00
3.2	Supervisión y dirección del proyecto.	1	576,00	576,00
3.3	Aprobación de resultados y codirección.	1	160,00	160,00
3.4	Explotación del entorno de programación.	1	714,83	714,83
3.5	Arrendamiento del lugar de trabajo.	3	20,00	60,00

Presupuesto de ejecución material

Coste total del proyecto ..... **6.910,83 €**

Asciende el presupuesto de ejecución material a la expresada cantidad de SEIS MIL NOVECIENTOS DIEZ EUROS CON OCHENTA Y TRES CÉNTIMOS.

Castellón de la Plana, a 18 de Junio de 2019  
Vicente López Fernández

#### 4.4. Presupuesto de ejecución por contrata (PEC)

Concepto	Importe
Implementación de la herramienta informática y análisis dinámico	6.910,83 €
<b>Presupuesto de ejecución material</b>	<b>6.910,83 €</b>
20 % de gastos generales	1.382,17 €
6 % de beneficio industrial	- €
<b>Presupuesto de ejecución por contrata</b>	<b>8.293,00 €</b>

Asciende el presupuesto de ejecución por contrata a la expresada cantidad de OCHO MIL DOSCIENTOS NOVENTA Y TRES EUROS.

Castellón de la Plana, a 18 de Junio de 2019  
Vicente López Fernández

## 4.5. Presupuesto total + IVA

Concepto	Importe
Implementación de la herramienta informática y análisis dinámico	6.910,83 €
<b>Presupuesto de ejecución material</b>	<b>6.910,83 €</b>
20 % de gastos generales	1.382,17 €
6 % de beneficio industrial	- €
7 % de proyecto y dirección de obras	- €
	<b>8.293,00 €</b>
21 % de impuesto sobre el valor añadido (IVA)	1.741,53 €
<b>Presupuesto total + IVA</b>	<b>10.034,53 €</b>

Asciende el presupuesto total + IVA a la expresada cantidad de DIEZ MIL TREINTA Y CUATRO EUROS CON CINCUENTA Y TRES CÉNTIMOS.

Castellón de la Plana, a 18 de Junio de 2019  
Vicente López Fernández